



**FAKULTA  
STROJNÍ  
ČVUT V PRAZE**

## **Ústav konstruování a částí strojů**

**Návrh rotorové hlavy vírníku**

**Autogyro Rotor Hub Design**

**BAKALÁŘSKÁ PRÁCE**

**2017**

**Petra Malátková**

**Studijní program:** B2342 TEORETICKÝ ZÁKLAD STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ

**Studijní obor:** 2301R000 Studijní program je bezoborový

**Vedoucí práce:** Ing. Jan Kanaval, PhD.

## I. OSOBNÍ A STUDIJNÍ ÚDAJE

Příjmení: Malátková Jméno: Petra Osobní číslo: 326118  
Fakulta/ústav: Fakulta strojní  
Zadávající katedra/ústav: Ústav konstruování a částí strojů  
Studijní program: Teoretický základ strojínského inženýrství  
Studijní obor: bez oboru

## II. ÚDAJE K BAKALÁŘSKÉ PRÁCI

Název bakalářské práce:

Návrh rotorové hlavy vírníku

Název bakalářské práce anglicky:

Autogyro Rotor Hub Design

Pokyny pro vypracování:

V rámci řešení bakalářské práce zpracujete rešerši, která bude obsahovat historický vývoj vrtulníků a vírníků, dále problematiku aerodynamiky nosného rotoru včetně výpočtu aerodynamických sil nosného rotoru a sil zatěžujících jednotlivé díly rotorové hlavy. Na základě vypracované rešerše provedete návrh nové konstrukce rotorové hlavy včetně potřebných návrhových a kontrolních výpočtů. Nový konstrukční návrh zpracujete formou 3D modelu rotorové hlavy a 2D výkresu sestavy a výrobních výkresů hlavních dílů.

Seznam doporučené literatury:

ŠVEC, V. Části a mechanismy strojů. Spojce a části spojovací. 2. vyd. Praha: Vydavatelství ČVUT, 2008. 169 s. ISBN 80-01-01701-X.  
SVOBODA, V.: Vrtulníky. Naše vojsko, Praha 1979.  
KULČÁK, L.: Aerodynamika, konstrukce a systémy vrtulníků. Akademické nakladatelství CERM, Brno 2006.  
WAGTENDONK, W. J.: Principles of Helicopter Flight. Second Edition, Aviation Supplies and Academics, Washington 2006.

Jméno a pracoviště vedoucí(ho) bakalářské práce:

Ing. Jan Kanaval Ph.D., ústav konstruování a částí strojů FS

Jméno a pracoviště druhé(ho) vedoucí(ho) nebo konzultanta(ky) bakalářské práce:

Datum zadání bakalářské práce: 27.03.2017

Termín odevzdání bakalářské práce: 15.09.2017

Platnost zadání bakalářské práce: \_\_\_\_\_

Podpis vedoucí(ho) práce

Podpis vedoucí(ho) ústavu/katedry

Podpis děkana(ky)

## III. PŘEVZETÍ ZADÁNÍ

Studentka bere na vědomí, že je povinna vypracovat bakalářskou práci samostatně, bez cizí pomoci, s výjimkou poskytnutých konzultací. Seznam použité literatury, jiných pramenů a jmen konzultantů je třeba uvést v bakalářské práci.

Datum převzetí zadání

Podpis studentky

## Prohlášení

Prohlašuji, že jsem bakalářskou práci s názvem: „Návrh rotorové hlavy vírníku“ vypracovala samostatně pod vedením Ing. Jana Kanavala, PhD. s použitím literatury, uvedené na konci mé bakalářské práce v seznamu použité literatury.

V Praze 15.9.2017

Petra Malátková

## Poděkování

Chtěla bych poděkovat vedoucímu této práce Ing. Janu Kanavalovi, Ph.D. za pomoc při zpracovávání mé bakalářské práce, za jeho trpělivost, rady a poskytnuté materiály. V neposlední řadě patří můj dík všem ostatním, kteří mi s prací pomáhali.

## Anotační list

Jméno autora: Ing. Petra Malátková  
Název BP: Návrh rotorové hlavy vírníku  
Anglický název: Autogyro Rotor Hub Design  
Rok: 2017  
Studijní program: B2342 Teoretický základ strojního inženýrství  
Obor studia: 2301R000 Studijní program je bezoborový  
Ústav: Ústav konstruování a částí strojů  
Vedoucí BP: Ing. Jan Kanaval, PhD.  
Konzultant:  
Bibliografické údaje: počet stran 56  
počet obrázků 25  
počet grafů 9  
počet příloh 3  
Klíčová slova: vírník, rotorová hlava, autorotace  
Keywords: autogyro, rotor head, autorotation

## Anotace

Vírník je létající stroj těžší vzduchu s rotující nosnou plochou. Oproti vrtulníku potřebuje pro vytvoření vztlačové síly proudění skrz rotor, které je vyvolané dopředným pohybem. Nejdůležitější částí z hlediska konstrukce vírníku je jeho rotorová hlava. Tato bakalářská práce má za úkol navrhnout rotorovou hlavu modelu upoutaného vírníku. Součástí práce je historické pojednání o vývoji vírníků, dále aerodynamický rozbor základních principů letu vírníku. Důraz je kladen převážně na princip autorotace, což představuje režim letu, kdy je rotující nosná plocha sama roztáčena proudícím vzduchem. Spolu s návrhem rotorové hlavy jsou provedeny i potřebné návrhové a kontrolní výpočty kritických částí vírníku, nebo kritických spojů jednotlivých dílů. Vlastní návrh rotorové hlavy je završen návrhovým výkresem a 3D modelem vytvořeným v programu Inventor.

## Abstract

The autogyro is a flying machine heavier than air with rotating wing. Compared to the helicopter, in order to create lift it needs airflow through the rotor, which is excited by forward thrust. In terms of the construction of the autogyro, the most important part is the rotor head. This thesis aims to design a rotor head of the gyro glider kite model. One part of the thesis focuses on the historical development of the autogyro, further followed by an aerodynamic analysis of the basic principles of flying of the autogyro. The stress is put especially on the principality of autorotation, which represents the flight state where the rotating wing is spinned by the flowing air. Necessary design and control calculations of the critical parts of the autogyro's parts or critical connections of the individual parts have been performed along with the proposal of the rotor head. The actual design of the rotor head is complemented with a 3D model created in the Autodesk Inventor program.

# Obsah

1	Úvod .....	- 1 -
2	Historie vírníků .....	- 3 -
2.1	První myšlenka a sestrojení vírníku .....	- 4 -
2.2	Rozvoj vírníků a vrtulníků v období kolem druhé světové války .....	- 5 -
2.3	Konec éry vírníků, nástup vrtulníků.....	- 6 -
2.4	Nová éra vírníku .....	- 7 -
3	Základy aerodynamiky nosného rotoru vírníku.....	- 10 -
3.1	Základní fyzikální podstata autorotace .....	- 10 -
3.2	Podrobná aerodynamika autorotačního režimu .....	- 14 -
3.3	Problém s nesymetrickým obtékáním rotorového disku .....	- 17 -
3.4	Mávání listů .....	- 18 -
3.5	Coriolisova síla a odporový čep.....	- 18 -
3.6	Podobnost vírníku a padáku.....	- 19 -
3.7	Aerodynamické profily pro vírník .....	- 21 -
3.8	Letová měření vírníků v NACA.....	- 23 -
4	Návrh modelu vírníku .....	- 26 -
4.1	Vlastní návrh modelu vírníku.....	- 27 -
4.2	Návrh listů rotoru .....	- 28 -
4.3	Návrh geometrických rozměrů kostry vírníku .....	- 29 -
4.4	Návrh rotorové hlavy.....	- 32 -
5	Konstrukce základních prvků rotorové hlavy .....	- 36 -
5.1	Pevnostní kontrola šroubového spoje.....	- 38 -
5.2	Čep.....	- 41 -
5.3	Vahadlo.....	- 42 -
5.4	Ložiska .....	- 44 -
6	Závěr .....	- 46 -
7	Literatura .....	- 47 -

## Seznam obrázků

Obr. 1: První úspěšný stroj s rotující nosnou plochou schopný letu – Vírník C-4. [4] .....	- 4 -
Obr. 2: Bensenův Gyro-Glider z roku 1954. [10] .....	- 7 -
Obr. 3: Amatérská stavba dle nákresů I. Bensena, Československo 1967. [11] .....	- 8 -
Obr. 4: Vírník KD-67 na letišti Brno-Slatina. [11] .....	- 8 -
Obr. 5: Základní rozdíl proudění vzduchu u vrtulníku a vírníku. ....	- 10 -
Obr. 6: Princip vzniku autorotačního (roztáčivého) momentu. ....	- 14 -
Obr. 7: Znáznornění jednotlivých oblastí s rozdílným autorotačním momentem. ....	- 15 -
Obr. 8: A) Axisymetrické obtékání listů při svislém pohybu; B) Nesymetrické obtékání listů při dopředném pohybu. ....	- 17 -
Obr. 9: Úspěšný vírník konstruktéra de la Ciervy - Vírník C-30. [11] .....	- 22 -
Obr. 10: Testovaný vírník PCA-2. [11] .....	- 23 -
Obr. 11: Prototyp „compound“ helikoptér firmy Airbus Helicopter, X-3. [11] .....	- 25 -
Obr. 12: JT-1 Gyroglider z roku 1958 finského konstruktéra Tervamäki. [10] .....	- 26 -
Obr. 13: Schématické znázornění vírníku a nabíhajícího proudu vzduchu. ....	- 27 -
Obr. 14: Vypuštění Focke Achgelis Fa 330 z ponorky. [11] .....	- 28 -
Obr. 15: Silové poměry působící na upoutaný vírník. ....	- 29 -
Obr. 16: Schéma geometrických vzdáleností k těžišti. ....	- 32 -
Obr. 17: Schématické zobrazení změny polohy těžiště listů s mávacím čepem umístěným v místě spojení. ....	- 33 -
Obr. 18: Schématické zobrazení polohy těžiště podvěšených listů. ....	- 34 -
Obr. 19: Schématické znázornění působících sil na rotující nosnou plochu. ....	- 34 -
Obr. 20: Základní části vírníku. ....	- 36 -
Obr. 21: Upevnění listů a řez rotorové hlavy. ....	- 36 -
Obr. 22: Drak vírníku. . ....	- 37 -
Obr. 23: Silové poměry na šroubovém spoji mezi listem a vahadlem. ....	- 38 -
Obr. 24: Schématické zobrazení zatížení čepu .....	- 41 -
Obr. 25: Schématické znázornění zatížení vahadla. ....	- 43 -

## Seznam grafů

Graf 1: Univerzální výkonová křivka. [1] .....	- 12 -
Graf 2: Letová měření rychlostní poláry – Cierva C-30, Pitcairn PCA-2. [3] .....	- 13 -
Graf 3: Vliv dopředné rychlosti letu na úhel náběhu rotorové hlavy. [3] .....	- 14 -
Graf 4: Autorotační diagram s vyznačenými body jednotlivých oblastí. ....	- 16 -
Graf 5: Letová měření výsledné aerodynamické síly pro různé úhly náběhu rotorové hlavy. [3] ....	- 19 -
Graf 6: Porovnání teorie s letovým měřením rychlostní poláry. [3] .....	- 20 -
Graf 7: Používané profily prvních vírníků. [3] .....	- 21 -
Graf 8: Porovnání aerodynamické jemnosti celého vírníku a samotného rotoru vírníku. [3] .....	- 24 -
Graf 9: Porovnání aerodynamické jemnosti vírníku a vrtulníku. [3] .....	- 24 -



## Seznam příloh

Příloha 1	Návrhový víkres vírníku, kusovník
Příloha 2	Kusovník
Příloha 3	Tabulka dovolených tlaků

## Seznam zkratek

EPP	Extrudovaný polypropylen
HP	Hub Plane - rovina rotorové hlavy
LAA	Letecká amatérská asociace
NACA	National Advisory Committee of Aeronautics
RAE	Royal Aircraft Establishment
TPP	Tip Path Plane (rovina konců listů)
TsAGI	Centrální aerodynamický institut

## Seznam symbolů

$A$	výsledná aerodynamická síla, [N]
$c$	hloubka listu, [m]
$C_R$	součinitel výsledné aerodynamické síly, [-]
$C_d$	součinitel odporu, [-]
$C_l$	součinitel vztlaku, [-]
$D$	odpor (Drag) , [N]
$L$	vztlak (Lift) , [N]
$N_b$	počet listů, [-]
$P$	výkon na hřídeli potřebný pro daný tah, [W]
$P_h$	výkon na hřídeli potřebný pro visení, [W]
$P_0$	profilových ztrát jednotlivých listů, [W]
$Q$	kroutící moment na hřídeli, [Nm]
$r$	poloměr rotorového disku, [m]
$R$	výsledná aerodynamická síla (Kapitola 2); síla v laně (Kapitola 3) , [N]
$S$	plocha rotorového disku, [m <sup>2</sup> ]

$T$	tah rotoru, [N]
$T/A$	zatížení rotorového disku, [N/m <sup>2</sup> ]
$V_c$	rychlost stoupání, [m/s]
$V_d$	rychlost klesání, [m/s]
$V_f$	dopředná rychlost, [m/s]
$v_h$	indukovaná rychlost při visení, [m/s]
$V_{HUB}$	rychlost rovnoběžná s rovinou rotorové hlavy, [m/s]
$v_i$	indukovaná rychlost procházející rotorem, [m/s]
$V_{TIP}$	obvodová rychlost konců listů, [m/s]
$V_\infty$	relativní rychlost nerušeného proudu vzduchu, [m/s]
$W$	tíha vírniku, [N]
$\alpha$	aerodynamický úhel náběhu, [°]
$\Omega$	úhlová rychlost rotoru, [°/s]
$\varphi$	úhel nabíhajícího proudu vzduchu, [°]
$\theta$	úhel nastavení listu, [°]
$\psi$	úhel azimutu, [°]
$\rho$	hustota vzduchu, [kg/m <sup>3</sup> ]
$\mu$	postupový poměr, [-]
$\sigma$	plnost rotoru, [-]
$\delta_{AG}$	vzdálenost těžiště od vahadlového zavěšení listů, [m]
$\delta_R$	vzdálenost od těžiště k vodorovnému podélníku, [m]
$R_{p0,2}$	mez kluzu pro šrouby pevnostní třídy 8.8 (10.9) , [N/mm <sup>2</sup> ]

# 1 Úvod

Většina lidí obecně nerozlišuje vírník od vrtulníku, přestože rozdíl mezi těmito stroji z hlediska letového i aerodynamického je výrazný. Vrtulník i vírník jsou létající stroje těžší vzduchu s rotující nosnou plochou. Avšak vrtulník je schopen visení nad daným místem, kdežto vírník toho schopen není. Rozdíl je tedy v pohonu samotné rotující nosné plochy. Vrtulník má pohonnou jednotku spojenou s rotující nosnou plochou a přímo ji pohání, a tím vytváří jak svislou složku tahu, tak i složku dopřednou. Vírník naproti tomu využívá pohonnou jednotku pouze k vytvoření dopředné složky tahu, svislou složku vytváří samotná rotující nosná plocha pomocí aerodynamického režimu zvaného "autorotace". Z tohoto lze odvodit, že vírník, aby se udržel ve vzduchu, potřebuje proudění skrz rotorový disk vytvořené dopředným letem, a tedy není schopen visení nad definovaným místem. Tento hendikep nakonec i odsoudil vírníky na pozadí leteckého světa. Většina vírníků je v dnešní době stavěna pro amatérské sportovní létání, avšak vynález vírníku předcházela vynálezu vrtulníku. Bez výzkumu a vývoje vírníků by se vrtulník zrodil podstatně později.

Účelem této bakalářské práce je znovu se podívat na konstrukci rotorové hlavy vírníku. Využít stávajících znalostí o vírnících, zejména pak znalosti konstrukčních řešení, výpočetních metod a dále se pokusit navrhnout malý model upoutaného vírníku s využitím nových výrobních metod jako je CNC obrábění a také 3D tisk méně pevnostně namáhaných částí.

Upoutaný model vírníku má, kromě ověření principu autorotace, také uplatnění v dnešním technickém světě jako stacionární létající platforma. Dále jej lze využít při spojení s generátorem jako malou větrnou elektrárnu. Tato elektrárna má sice menší účinnost než větrná elektrárna vztyčená ze země, avšak pouze prodloužením poutacího lana lze tuto elektrárnu umístit do optimální hladiny proudícího vzduchu. V neposlední řadě může tento malý model sloužit jako dětská hračka.

Před vlastní konstrukčním návrhem je v bakalářské práci stručně shrnuta historie vývoje vírníků. Zejména je zde vyzdvihnuta práce průkopníka Juana de la Ciervy. Následující kapitola popisuje základní principy autorotace. Opírá se o letová měření úspěšných vírníků. Tato kapitola využívá jak proudovou teorii, tak i profilovou teorii. Na závěr těchto kapitol je i drobná zmínka o současných vírnících nebo výzkumu v této oblasti.

V kapitole 3 s názvem „Návrh modelu vírníku“ je podrobně popsán postup konstrukčního návrhu vírníku. Velmi důležité je však před vlastním návrhem stanovení základních požadavků na konstrukci. V našem případě je jako výchozí rozměr brán průměr nosného rotoru ne větší než 2 metry a předpokládanou minimální rychlost přízemního větru 5 m/s. Z těchto vstupních parametrů jsou zjednodušenou metodou vypočteny zbylé geometrické i aerodynamické hodnoty. Dále jsou v práci vypočteny další provozní parametry (otáčky rotoru, silové zatížení,...), které poslouží k pevnostní kontrole. V kapitole 5 lze tedy najít pevnostní kontrolu

důležitých částí a spojů, která je provedena analytickou metodou. Kontrolovány jsou šroubové spoje, použitá ložiska, čep a vahadlo.

Nedílnou součástí konstrukčního návrhu je vytvoření 3D modelu všech částí v programu Autodesk Inventor a zhotovení návrhového výkresu. Nad rámec bakalářské práce pak předpokládáme vytvoření i výrobních výkresů a sestavení skutečného modelu.

## 2 Historie vírníků

Vírník je stroj, který je opomíjen anebo zaujímá velmi malé místo v historii letectví. Nicméně právě vírník hrál významnou roli při vývoji a výzkumu vrtulníků, tj. strojů s rotujícím nosným křídlem. Vírník má rotor, který se může volně horizontálně otáčet, avšak tento rotor není přímo poháněn od motoru. Obecně lze říci, že rotor vírníku je mírně skloněn vzad a s jeho dopřednou rychlostí se vytváří aerodynamické síly, které působí na nosný rotor. Pomocí těchto sil vzniká kroutící moment, který udržuje potřebné otáčky rotoru, a tím i potřebný vztlak celé soustavy. Tento jev se nazývá autorotace.

Princip autorotace může být viděn i v přírodě při letu javorových semínek, která se rychle otáčejí při pomalém klesavém letu a s pomocí větru jsou zanášená dále od mateřského stromu. Tento zajímavý autorotační jev byl pozorován již začátkem 20. století. Prvním pozorovatelem byl skotský fyzik James Maxwell. Dále italský vědec Gaetano Crocco a ruský vědec Boris Yuryev zkoumali autorotační jev na otáčejícím se rotoru. V roce 1922 Max Munk z NACA reaalizoval několik experimentů s vrtulníkovým rotorem, kde byl tento autorotační jev opět demonstrován. Boris Yuryev a jeho studenti v té době pravděpodobně vytvořili nejdůležitější studii. Vykonali několik pokusů s modelem vrtulníku, na kterém ukázali, že za určitých podmínek při strmém klesání a s kladným úhlem náběhu nosného rotoru se může rotor sám otáčet a určitou rychlost otáčení i sám udržovat. Yuryev nazval tento fenomén jako "klouzání rotoru" a pravděpodobně učinil významný závěr, že tento samoroztáčivý princip může být použit v případě vysazení pohonné jednotky pro bezpečné přistání vrtulníku. V dnešní době je tato schopnost autorotace v případě poruchy motoru nebo transmise základní bezpečnostní prvek všech vrtulníků.

Na začátku 20. století byl rozvoj konvenčních letadel v plném proudu, a proto se objevila také spousta pokusů vytvořit i vrtulník. Zajímavostí je, že ke konci 19. století bylo více návrhů vytvořit vrtulník než letadlo s pevným křídlem. První stroje sestavené po roce 1903, včetně strojů od Breguet-Richet a Cornu nebo Denny-Mumford (1907), byly schopny pouze několika skoků a žádný z nich nebyl schopen samostatného kontrolovaného vertikálního vzletu. Většina problémů sužující první pokusy o vertikální vzlet pocházela ze slabého porozumění aerodynamických principů na rotujících nosných plochách, dále v nedostupnosti dostatečně výkonného motoru, nedomyšleného konstrukčního řešení týkajícího se eliminace reakčního momentu a v neposlední řadě také nevyřešené otázky ohledně stability a říditelnosti rotujících nosných ploch.

Požadovaný výkon motoru pro udržení režimu visení nebyl z počátku plně spočítán nebo experimentálně změřen. Obecně první konstrukční pokusy byly tvořeny spíše intuitivně než na základě patřičného měření či výpočtu. První aerodynamické teorie o výpočtu požadovaného výkonu pro rotující křídlo přišly až po roce 1920, a to díky úspěšným pokusům s prvními vírníky. I když proudová teorie popisující vztlakovou účinnost vrtulí byla již publikovaná na konci 19. století Williamem Rankinem, W. Froudem a R.E. Froudem.

Problém s motorem nebyl plně překonán, dokud spalovací motory nedosáhly lepšího poměru výkon/hmotnost.

Další z výše vyjmenovaných komplikací brzdících rozvoj vrtulníku byla nedostatečná schopnost eliminace reakčního momentu, který pramenil z poháněného nosného rotoru. Relativně jednoduchá metoda ocasního rotoru nebyla z počátku vůbec použita. Průkopníci nejprve hledali řešení v koaxiálním uspořádání dvou nosných rotorů (nad sebou) anebo v návrhu několika rotorů v uspořádání vedle sebe. Mechanických problémů s konstrukcí a pohonem více-rotorového vrtulníku bylo příliš mnoho, což nakonec vedlo k mnoha nehodám způsobeným vibrační soustavou. [4]

V neposlední řadě problémy se stabilitou a říditelností vrtulníku včetně vyřešení rozdílného vztlaku mezi nabíhající a ustupující stranou nosného rotoru výrazně brzdily vývoj stroje s možností kolmého vzletu. Nakonec právě rozvoj vírníku, který některé problémy vyřešil, dopomohl vrtulníkům k jejich prvnímu úspěšnému vzletu.



**Obr. 1: První úspěšný stroj s rotující nosnou plochou schopný letu – Vírník C-4. [4]**

Vírník byl prvně zkonstruován v roce 1923 vynálezcem Juanem De la Ciervou (Obr. 1). Byl to vůbec první úspěšný let stroje s rotující nosnou plochou ještě před nástupem vrtulníků, který nastal o 15 let později. V historii létání se tak vírník zařadil jako druhý stroj těžší než vzduch, který úspěšně vzlétl.

## 2.1 První myšlenka a sestavení vírníku

Kromě četných typů neúspěšných vrtulníků, které byly postaveny v letech 1900–1920, nikdo jiný se nepokusil postavit stroj s rotující nepoháněnou nosnou plochou, která by využívala během normálního letu pouze autorotační režim. V létě 1920 postavil Španěl Juan de la Cierva malý létající model stroje s rotujícím křídlem s volným otáčením kolem vlastní osy vertikální hřídele. Tento model měl pět rotorových listů s velkou hloubkou a horizontální a vertikální stabilizační plochy. Cierva pouštěl tento model ze střechy svého domu a pozoroval, jak se rotor

volně otáčí vlastními otáčkami a pomalu se snáší k zemi. Vlastním pozorováním tak sám pro sebe objevil princip autorotace. Tyto první experimenty s modely byly základem pro jeho další konstrukční práce zcela nového létajícího stroje, který sám Cierva nazval "autogiro" (anglicky "autogyro", česky vírník).

Juan de la Cierva byl promován jako civilní inženýr vodních kanálů a přístavů v roce 1918. Jeho zájem o letectví však trval již od roku 1908, kdy bratři Wrightové předvedli svůj létající aparát v Evropě. Následně Cierva postavil první letoun ve Španělsku, datoval se rok 1912. V roce 1919 dokonce sestrojil tří-motorový bombardér C-3, který se však dostal během předváděcích letů do přetažení a následně se zřítíl. Tato tragická zkušenost ho motivovala k vytvoření stroje, který by mohl operovat i při nižších rychlostech letu, zvláště pak v blízkosti země, a tím zvýšit bezpečnost pro tento druh letů.

Cierva si stanovil požadavky na bezpečný létající stroj, které by zaručily potřebný vztlak, stabilitu a říditelnost nezávisle na dopředné rychlosti. Dále navrhl, aby tento stroj mohl ovládat i pilot s průměrnými zkušenostmi. Jediný stroj, schopný splnit tyto požadavky, byl stroj s rotující nosnou částí (rotorem). A navíc musel být nezávislý na pohonné jednotce. Proto bylo nutné, aby se rotující část volně otáčela bez pomoci motoru. Tak se zrodila první myšlenka o vírníku, novém typu létajícího stroje s nepoháněnou rotující nosnou plochou.

Přes třicet návrhů a více než deset let vývoje trvalo Juanu de la Cierva než dokázal, že vírník je velmi bezpečný a v podstatě s ním nelze přejít do pádu. Dále ukázal, že vírník je schopen přistát do velmi omezeného prostoru a pro vzlet potřebuje jen krátkou dráhu. Později dokonce vylepšil své stroje o možnost tzv. "skokového" vzletu. To dalo vírníkům schopnost, která měla konkurovat budoucím vrtulníkům ve všech výkonových parametrech.

## 2.2 Rozvoj vírníků a vrtulníků v období kolem druhé světové války

Rozvoj vírníků a počátek vrtulníků kolem druhé světové války úzce navazoval na odkaz Ciervy. Například několik britských společností (Weir, Avro, De Havilland a Westland) vyráběly varianty vírníků odvozených od Ciervových strojů. První stroj z produkce firmy Weir označený W-1 byl odvozený od jeho C-28. Další stroje W-2 až W-4 byly mezi prvními, u kterých byla použita spojka od motoru k roztočení nosného rotoru před vzletem.

Dalším, a to významným příkladem, je německý konstruktér Henrich Focke, který začal po zkušenostech z výroby Ciervových vírníků vyvíjet vlastní vrtulník. Ten nakonec vyústil ve známý Focke-Achgelis Fa-61. Fockerův vrtulník byl dvourotorový s rotory vedle sebe a poprvé letěl v roce 1936.<sup>1</sup> Vrtulník Fa-61 výrazně smazal dosavadní rekordy a ustanovil nové jak v délce a době, tak i ve výšce letu. 10. května 1937 tento vrtulník také jako první demonstroval úspěšné provedení autorotace. Ačkoliv vrtulník Fa-61 neměl kolektivní řízení (tah obou rotorů byl dán rychlostí otáčení a říditelnost zajišťovalo cyklické řízení), při snížení

---

<sup>1</sup> První vzlet vrtulníku je však připisován stroji zkonstruovaného pány Breguet-Dorand. Šlo však pouze o první uznané rekordy v řádech minut a délky v řádech kilometru.

otáček rotoru pod stanovenou mez dokázal snížit nastavení všech listů, což mělo zabránit přetažení během klesání. Tato vlastnost se také využila při ukázce autorotace. Během druhé světové války firma Focke-Achgelis rovněž vyrobila vírníkový drak Fa-330 "Bachstelze". Tento stroj byl velmi jednoduchý vírník lehké konstrukce, sloužící jako pozorovací platforma pro jednoho muže. Využití mělo být na ponorkách, kde po vynoření posádka složila jednoduchý stroj a tažením za ponorkou vystoupal tento vírníkový drak do určité výše, kde mohl pozorovatel prozkoumat vzdálené okolí ponorky. Obdobné koncepce byl i Hafnerův "Rotachute" (vírníko-padáč). Tyto koncepce později inspirovaly mnohé amatérské konstrukce vírníků a samozřejmě inspirovaly k napsání této bakalářské práce.

I v Rusku se ve 30. letech začaly vyrábět odvozené vírníky od Ciervových konstrukcí, a to pod hlavičkou Centrálního aerodynamického institutu (TsAGI). Například stroje Ka-Skr I a II byly kopie C-8 a stroj TsAGI 2-EA byl odvozen od C-19. Další vývoj však již vedl k prvním ruským vrtulníkům. V Japonsku taktéž kopírovali Ciervovy vírníky a snažili se je využít zejména pro ponorkové průzkumy během 2. světové války.

## 2.3 Konec éry vírníků, nástup vrtulníků

Vírníky během krátkého rozvoje příliš neuspěly ve vojenských operacích. Ciervův stroj C-30 byl sice ve službách britského RAF během 2. světové války, ale převážně pouze na kalibraci radarových zařízení. V americkém námořnictvu vkládali velkou naději do služeb vírníků na lodích. Očekávali výraznou pomoc při vyhledávání ponorek a obraně konvojů. Počáteční pokusy s vírníkem Pitcairn XOP-1 nicméně přinesly zklamání díky malému dostupu, nedostatečné zvedací kapacitě nebo velmi limitovaným rozsahem centráže. Přestože pozdější modely vše již výrazně vylepšily, další pokusy armádní důstojníky nepřesvědčily o dalším využití. Obdobně americká armáda taktéž testovala vírníky od Kelleta nebo Pitcairna pro operační role spojené s průzkumem nebo pozorováním bojového pole. Schopnost malé dopředné rychlosti slibovala praktické využití pro dělostřelecké pozorování a zaměřování. Nakonec, přestože objednala několik strojů, zjistila, že tato jediná využitelná schopnost vírníku oproti konvenčnímu letadlu není dostatečná.

Převážně v Americe byly pokusy využít vírníky v civilním sektoru. V 30. a 40. letech minulého století používal vírníky americký poštovní úřad pro pravidelnou poštovní službu mezi Washingtonem, Philadelfií, Chicagem, New Orleansem a dalšími městy. Pár nadšenců také využívalo vírník převážně pro fotografování a reklamu. K velkému rozšíření však nedošlo kvůli ekonomické krizi a také měl svůj vliv zvláštní vzhled vírníku.

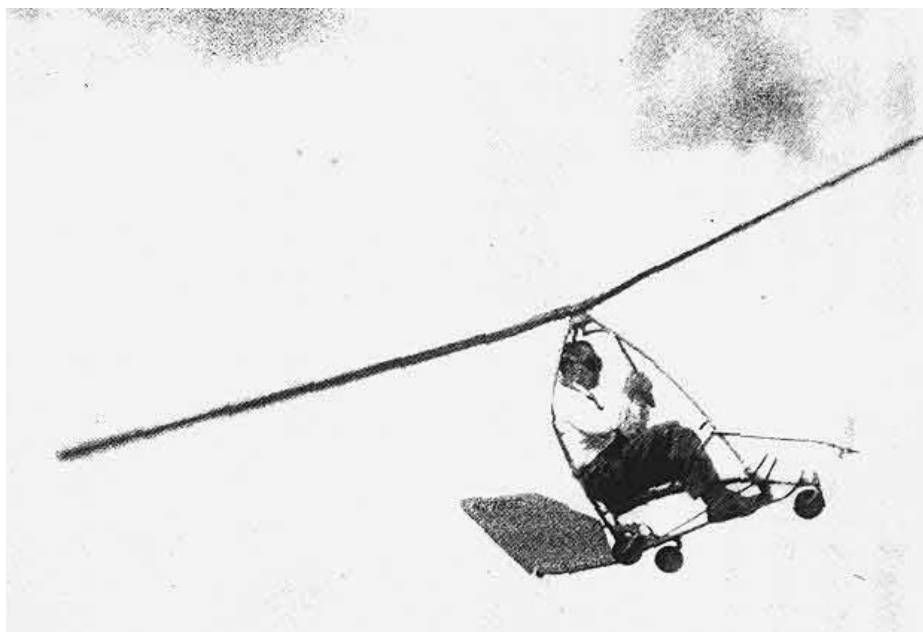
S nástupem vrtulníků nemohl vírník dále konkurovat, zejména díky neschopnosti viset nad daným místem. I přes danou skutečnost, že vírník může přistát téměř kolmo vůči zemi a s technikou "skokového vzletu" (jump take off) s ním lze odstartovat i na velmi malém prostoru, je neschopnost visení nejčastěji spojována s koncem éry vírníků. Bohužel příspěvek k tomuto konci měl i fakt, že na počátku létali s vírníky převážně málo zkušení piloti, a to se samozřejmě projevilo v počtu nehod. Společnost tak vnímala vírník jako méně bezpečný, avšak opak je pravdou, vírník nelze přivést jako letadlo na hranici pádu. Vírník



je při režimech malých rychlostí velmi efektivní létající stroj. To z něj činí právě spojující článek mezi letadlem a vrtulníkem. Bohužel z ekonomického hlediska většina provozovatelů dá raději přednost letadlu, protože ve stejné hmotnostní kategorii a výkonu motoru, vírník uveze pouze 2 osoby, naproti tomu letadlo více jak 4 osoby. Vírník tedy nemůže svisle odstartovat a oproti letadlům nedokáže ani letět vysokou cestovní rychlostí. Zejména tyto atributy vedly na začátku 40. let k vojenským požadavkům zabývat se sestrojením vrtulníku a opustit myšlenku vírníků.

## 2.4 Nová éra vírníku

V 50. letech si konstruktéři jasně uvědomovali nevýhodu vrtulníku v omezené maximální rychlosti, a aby posunuli tuto hranici do vyšších rychlostí, znovu oprášily projekty vírníků. Vznikl tak koncept tzv. Gyroplane. Jedná se o vrtulník, který je schopen odstartovat vertikálně a při dosažení určité rychlosti využije dodatečné propulsní jednotky pro dopřednou rychlost nebo využije pomocných křídel, a tím uleví zatížení nosného rotoru, který je pak schopen posunout se do vyšších rychlostí. Společnost Fairey postavila prototyp Rotodyne, který byl největším gyroplánem na světě. Byl schopen pojmout 40 pasažérů. Přestože v roce 1959 vytvořil světový rychlostní rekord, byl tento projekt zrušen.



**Obr. 2: Bensenův Gyro-Glider z roku 1954. [10]**

V 50. a 60. letech se opět začaly objevovat soukromé konstrukce dvoumístných vírníků převážně pro sportovní létání. Známým strojem se stal vírník z dílny Kenneth Wallis (britská konstrukce), který se objevil v roce 1967 ve filmu s Jamesem Bondem. Na konci 50. let rozvíjel vírníkové stroje Rus žijící ve Spojených státech Igor Bensen. Podařilo se mu sestavit vírníkový kluzák, který se vznášel upoutaný za automobilem, a jakmile vůz dojel na konec dráhy, vírník se odpoutal a doklouzal zpět na přistávací dráhu. Samotná konstrukce vážila 40 kg a Bensen jej prodával za 295 \$ jako stavebnici nebo jako postavený kluzák za 450 \$ (Obr. 2).



**Obr. 3: Amatérská stavba dle nákresů I. Bensena, Československo 1967. [11]**

Bensenova práce byla známa i v Čechách a amatérští nadšenci podle bensenových nákresů postavili vírník DX-3-P (Obr. 3), který poprvé vzlétl v roce 1967. Následoval pak stroj EX Zlín-KD a další. Zajímavou historií vírníku v Čechách je nezdařený přelet přes státní hranice v roce 1977. Pokusil se o něj Ing. V. Vala, který vírníkový kluzák KD-67 (Obr. 4) opatřil motorem Walter Mikron II a vlastnoručně vyrobenou vrtulí. Za úsvitu odstartoval z rozestavěné dálnice na Bratislavu, dolétl nad Rakousko, ale z důvodů mlhy nad místem přistání se rozhodl vrátit do Čech a opakovat pokus jindy. Při přistání v Čechách však byl zadržen a následně odsouzen za vlastizradu.



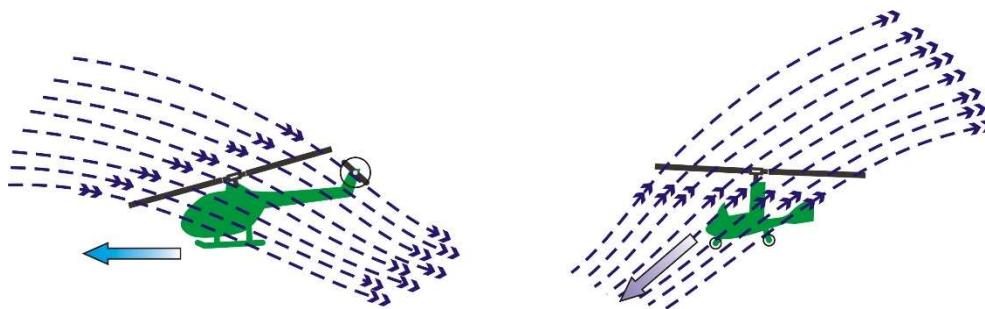
**Obr. 4: Vírník KD-67 na letišti Brno-Slatina. [11]**

Amatérská i profesionální stavba sportovních vírníků je populární dodnes. V Čechách po roce 89 spadá tato stavba pod hlavičku LAA. Kromě pár amatérských konstrukcí jsou

v současnosti hodně populární stroje německé firmy AutoGyro. Jedná se o jedno, či dvou-místné stroje s otevřenou nebo plně zakrytou kabinou. Firma nabízí varianty vírníků i s plováky či lyžemi. Přestože jejich konstrukce je velmi pokročilá, stále však platí, že vírník neumí létat ekonomicky a rychle tak, jako letadlo, a ani neumí viset jako vrtulník. Vírník proto zůstává v leteckém světě na okrajové pozici, a to někde na půl cesty mezi letadlem a vrtulníkem.

### 3 Základy aerodynamiky nosného rotoru vírníku

Rotor vírníku vytváří vztlak a dopředný pohyb je zajištěn klasickou tažnou nebo tlačnou vrtulí v porovnání s vrtulníkem, kde rotor zajišťuje jak vztlak, tak i dopřednou tahovou složku. Vírník tedy nepřetržitě operuje v režimu autorotace, naopak vrtulník režim autorotace používá zejména pro řešení nouzové situace po vysazení systému pohonu. Z obrázku (Obr. 5) je patrné, že zatímco během letu vrtulníku prochází proudění z horní strany skrz rotor směrem dolů, u vírníku je proudění opačné, ze spodní strany skrz rotor nahoru.



Obr. 5: Základní rozdíl proudění vzduchu u vrtulníku a vírníku.

Nízké plošné zatížení ( $T/S$ ), neboli malá indukovaná rychlost, u rotoru vírníku znamená, že také malé proudění skrz rotor postačí pro udržení autorotačního efektu. Proto v přímém horizontálním letu musí rotor operovat s malým kladným úhlem náběhu rotorového disku (rotor skloněn dozadu). Dokud se tedy vírník pohybuje vpřed, rotor se otáčí a produkuje vztlak. Snížení výkonu motoru vede ke klesání stroje, naopak zvýšení výkonu motoru povede ke stoupání. Vysazení motoru nepředstavuje u vírníku výrazný problém, protože rotor již je v režimu autorotace, stroj po vysazení začne jen patřičně klesat.

Vírník je tedy konstrukčně jednodušší stroj než vrtulník, kde je hnaná hřídel rotoru. Odpadá tu potřeba převodovky (reduktoru) od motoru ke hřídeli, což přináší jednodušší mechanismus, a tím i snížení hmotnosti. Dále není potřeba řešit systém eliminující reakční moment, což opět výrazně odlehčí konstrukci vírníku, sníží poruchovost a nakonec i výrobní a provozní náklady. Vírník sice nemůže viset na místě (oproti vrtulníku), nicméně potřebuje pouze malou dopřednou rychlost pro udržení se ve vzduchu.

#### 3.1 Základní fyzikální podstata autorotace

Jak bylo popsáno v předchozí části, Juan de la Cierva nebyl první, kdo prozkoumával autorotační jev, ale byl první, kdo skutečně porozuměl aerodynamickému principu a kdo tento princip dokázal využít na reálném stroji. Vytvořil jako první ucelené teoretické studie a na základě nich provedl sérii měření v aerodynamickém tunelu s hodnotnými výsledky. V následujícím textu bude podrobně popsán tento aerodynamický princip (teorie) spolu s potřebnými definicemi nutnými k jeho pochopení.

Autorotaci lze definovat jako samovolné otáčení rotoru bez jakéhokoliv krouticího momentu zavedeného na hřídel, tzn.  $Q = 0 \text{ Nm}$ . Vzhledem k těmto podmínkám, energie roztácející rotor musí být dodávána proudícím vzduchem skrz rotor. Abychom pochopili proč, bude nejlepší

tento problém prozkoumat integrální metodou aplikovanou na poháněný rotor při svislém klesání. Využití proudové teorie výrazně zjednodušuje matematické řešení daného problému, avšak na proudění kolem rotoru nahlíží jako na celek a informaci, co se děje na jednotlivých listech pomocí této teorie, nezískáme.

Proudová teorie vychází ze zákona zachování hybnosti a zákona zachování hmoty. Z této teorie je odvozena výsledná rovnice pro vertikální stoupání [1], která je určena výkonovým poměrem (např. výkon na hřídeli  $P$  [W] potřebný pro daný tah ku výkonu na hřídeli potřebnému pro visení  $P_h$  [W]):

$$\frac{P}{P_h} = \frac{V_c}{v_h} + \frac{v_i}{v_h}, \quad (1)$$

kde  $V_c$  je rychlost stoupání (klesání),  $v_i$  je indukovaná rychlost procházející rotorem a  $v_h$  je indukovaná rychlost při visení. Režim visení je zde brán jako referenční, přestože vírník není schopen viset. Obecně lze říci, že máme dva případy, režim visení a režim větrného mlýnu. Při režimu visení rotor spotřebovává energii, naproti tomu při režimu větrného mlýnu rotor získává energii z proudícího vzduchu. Režim autorotace je rovnováha mezi těmito režimy – rotor získává z proudícího vzduchu pouze tolik energie, kterou potřebuje k udržení daných otáček. Rotor v autorotaci nepotřebuje dodávku energie z hřídele motoru.

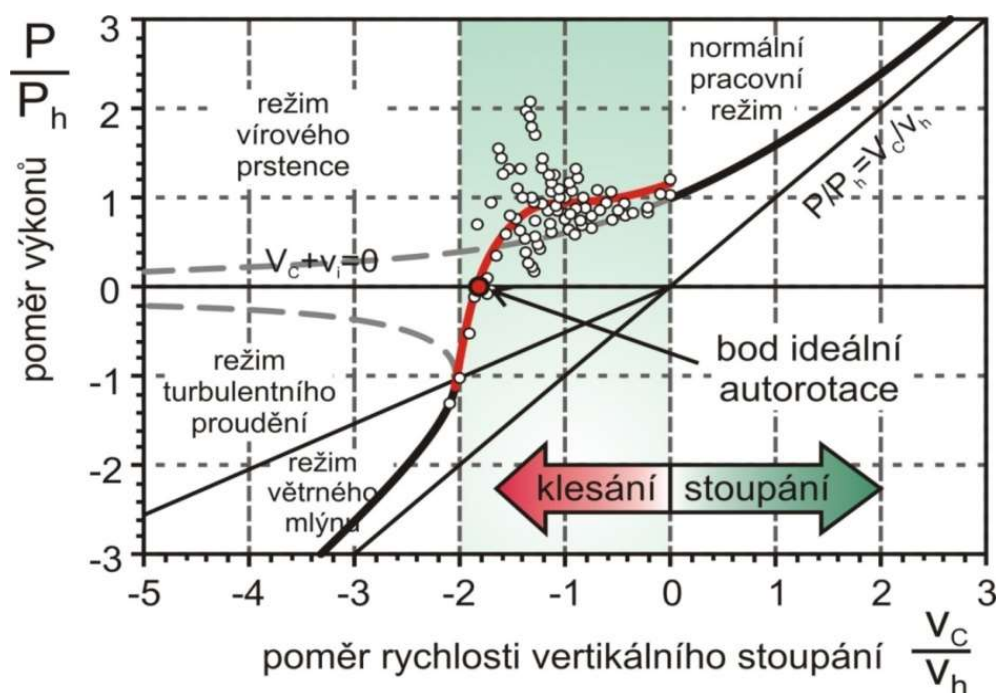
První člen na pravé straně v rovnici (1) představuje dodávku poměrný výkon potřebný pro změnu potenciální energie rotoru. Druhý člen na pravé straně představuje aerodynamické ztráty. Výsledná hodnota výkonového poměru dle [1] pro případ klesání se určí:

$$\frac{P}{P_h} = \left( \frac{V_c}{2v_h} \right) - \sqrt{\left( \frac{V_c}{2v_h} \right)^2 - 1} \quad \text{pro } \frac{V_c}{v_h} \leq -2. \quad (2)$$

Pro případ stoupání se výkonový poměr určí:

$$\frac{P}{P_h} = \left( \frac{V_c}{2v_h} \right) + \sqrt{\left( \frac{V_c}{2v_h} \right)^2 + 1} \quad \text{pro } \frac{V_c}{v_h} \geq 0. \quad (3)$$

Poměr mezi rychlostí při klesání a indukovanou rychlostí při visení je platný pouze pro hodnoty, kdy  $V_c/v_h \leq -2$ . Spolu s případem pro stoupání, lze výsledný výkonový poměr zakreslit do bezrozměrného grafu. Křivku pak nazýváme universální výkonovou křivkou (Graf 1). Zobrazená křivka znázorňuje režim stoupání  $V_c/v_h \geq 0$ , režim klesání  $V_c/v_h \leq -2$ , kdy rychlost klesání je dvakrát větší než indukovaná rychlost v režimu visení a také oblast, kdy tato teorie nemá řešení. Navržený průběh křivky, pro tuto matematicky neplatnou oblast, je dokreslen empiricky pomocí naměřených hodnot.



Graf 1: Univerzální výkonová křivka. [1].

Důležitým poznatkem z výše zobrazeného grafu (Graf 1) je zjištění, že při výrazném klesání je rotor poháněn vzduchem proudícím skrz rotor (hodnota výkonového poměru je záporná). A dále je patrné, že pro určitou hodnotu klesání  $V_c/v_h$  nastane případ kdy  $P/P_h = 0$ , což znamená, že rotor nepotřebuje žádnou energii anebo opačně, že žádnou energii nevytváří. Tento stav nazýváme "ideální autorotace". A protože je křivka v této oblasti stanovena empiricky, jsou zde začleněny i určité ztráty. Z grafu lze tedy vyčíst hodnotu ideální autorotace pro svislé klesání jako  $V_c/v_h \cong -1,75$ . Ve skutečnosti bude rychlost "reálné autorotace" příslušnému klesání nepatrně vyšší, a to díky dalším indukovaným ztrátám na rotoru a také vlivem profilových ztrát jednotlivých listů  $P_0$ . Proto lze zapsat skutečné autorotační podmínky rovnicí [1]:

$$P = T(V_c + v_i) + P_0 = 0 \quad (4)$$

Je tedy zřejmé, že při stabilní autorotaci při konstantní rychlosti a konstantních otáčkách nastane tzv. energetická rovnováha, kdy snižování potenciální energie rotoru pokrývá celkovou potřebu energie pro překonání indukovaných a profilových ztrát rotoru. Vyjádřeno matematicky bude dle rovnice (4):

$$\frac{V_c}{v_h} = -\frac{v_i}{v_h} - \frac{P_0}{T v_h} \quad (5)$$

Druhý člen na pravé straně předchozí rovnice nabývá hodnot (0,04; 0,09), dáno účinností rotoru. Obecně je účinnost rotoru závislá na plnosti rotoru a profilovém odporu listů.

V porovnání s prvním členem je vliv účinnosti rotoru celkově malý. Proto skutečná hodnota klesání  $V_c/v_h$  pro svislou autorotaci se bude pohybovat v intervalu (-1,8; -1,85). Pro názornost

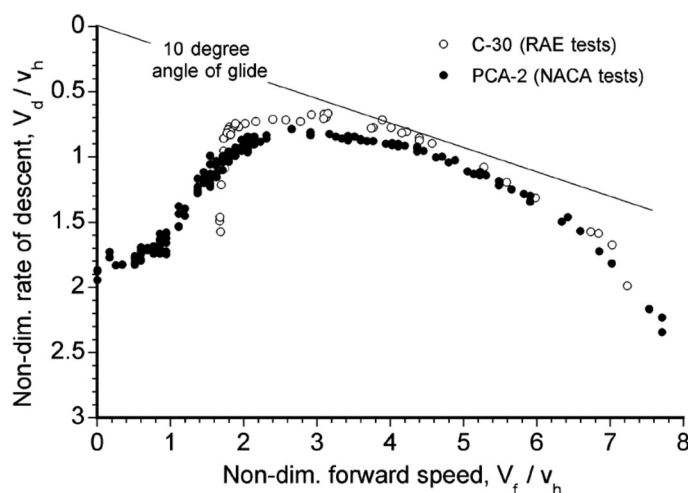
Lze tuto hodnotu vyjádřit přímo rychlostí klesání  $V_d$ :

$$V_d \cong 1,85 \sqrt{\frac{T}{2\rho}} = 26,83 \sqrt{\frac{T}{S}}, \quad \text{kde } V_d = -V_c \quad (6)$$

$$v_h = \sqrt{\frac{T}{2\rho S}}. \quad (7)$$

Vzorec (6) naznačuje, že rychlost klesání v autorotaci je přímo úměrná odmocnině zatížení rotorového disku,  $T/S (= W/S)$ . První Ciervovi vírníky měly zatížení rotorového disku kolem  $2 \text{ lb/ft}^2$  ( $95,76 \text{ N/m}^2$ ), což je také typická hodnota současných moderních vírníků. S tímto zatížením pak rychlost klesání (u hladiny moře) nabude hodnoty kolem  $38 \text{ ft/s}$  ( $11 \text{ m/s}$ ).

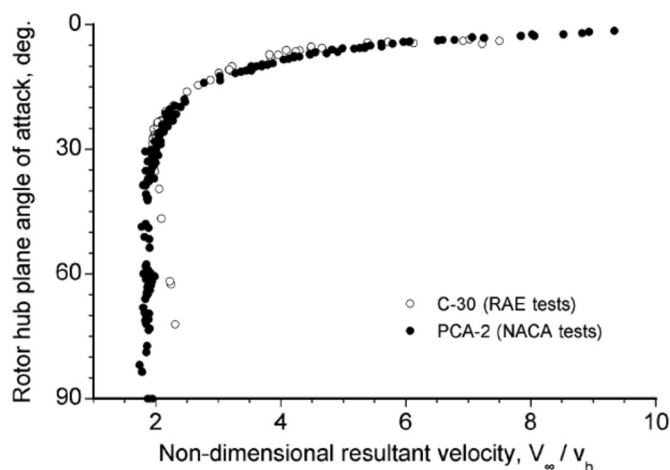
Jak bylo zmíněno dříve, režim autorotace nelze proudovou teorií vyjádřit, a to platí jak pro svislou autorotaci, tak i pro autorotaci za dopředného letu. Většina získaných hodnot pochází z letových měření. Na uvedeném grafu (Graf 2) jsou zobrazena letová měření vírníků Cierva C-30 a Pitcairn PCA-2. Graf představuje klasickou rychlostní poláru, kdy je na svislé ose rychlost klesání a na vodorovné ose dopředná rychlost. Aby bylo možno oba typy vírníků porovnat, jsou hodnoty v bezrozměrném tvaru (vztažením k indukované rychlosti ve visu s poháněným rotorem  $v_h = \sqrt{T/2\rho S}$  se vyhneme rozdílům spojených s různým plošným zatížením obou strojů). Z grafu je patrné, že při svislé autorotaci je hodnota kolem  $V_d/v_h = 1,9$ , což odpovídá i předchozímu výpočtu. Z grafu lze také vyčíst, že při hodnotě poměrné dopředné rychlosti  $V_f/v_h = 2$  (což představuje asi 35 až 45 kt) je hodnota klesání minimální, a poté opět rychlost klesání narůstá.



**Graf 2: Letová měření rychlostní poláry – Cierva C-30, Pitcairn PCA-2. [3]**

Zajímavý pohled na autorotaci je i z hlediska úhlu náběhu rotorového disku. Zatímco většina měření byla prováděna v klouzavém letu, autorotace je možná i v horizontálním letu, pokud se využije tah pohonné jednotky v dopředném směru. Pro udržení autorotace je však potřeba určitý sklon rotorového disku, aby bylo zajištěno proudění skrz nosný rotor, které právě tento rotor autorotačně roztáčí. Není tedy rozdílu, zda vírník klesá, stoupá nebo letí rovně. Rotorový disk se vždy nastaví tak, aby nebylo možné zastavit otáčení.

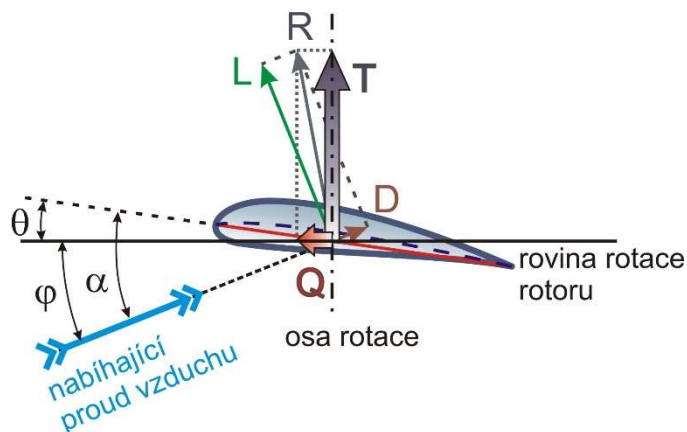
Měření zobrazené na grafu (Graf 3) představuje úhel náběhu rotorového disku v závislosti na poměrné výsledné rychlosti. Při čistě svislé autorotaci je rovina konců listů (TPP) a rovina rotorové hlavy (HP) kolmá na nabíhající proud vzduchu. Pro nárůst dopředné rychlosti je nutné úhel mezi nabíhajícím vzduchem a HP výrazně zmenšit tak, aby se při dopředném letu zajistil potřebný vztlak v autorotaci. Úhel roviny konců listů je oproti rovině rotorové hlavy mírně skloněn vzad z důvodů mávání listů (bude popsáno později). Obecně lze říci, že rovina konců listů má kladný úhel náběhu a chová se obdobně jako úhel náběhu letadla s pevným křídlem.



Graf 3: Vliv dopředné rychlosti letu na úhel náběhu rotorové hlavy. [3]

### 3.2 Podrobná aerodynamika autorotačního režimu

Obecný náhled na autorotaci byl vysvětlen pomocí proudové teorie. Na rotor lze ale také nahlížet pomocí profilové teorie (Blade Element Theory), což je detailní zkoumání obtékání každého listu obdobně, jako by to bylo křídlo letadla. Na Obr. 6 je znázorněno silové rozložení jednoho elementu listu. Pokud se tímto způsobem určí silové poměry podél celého listu a vynásobí počtem listů, můžeme tak analyzovat celý rotor. Nevýhoda této teorie spočívá v periodické změně (s otáčením rotoru) vektorů sil vůči zemské souřadné soustavě. Transformační matice jsou tedy nezbytné pro celkový výpočet. Pro rámcové pochopení autorotačního režimu bude postačující výklad jen na rotujícím listu.



Obr. 6: Princip vzniku autorotačního (roztáčivého) momentu.



Z Obr. 6 je patrné, že při určitém úhlu  $\varphi$  je vztlaková složka naklopena vpřed, a tím vytváří potřebný točivý moment. Pokud je cílem udržovat konstantní otáčky, je potřeba, aby síly byly v rovnováze. Lze tedy vyjádřit rovnicí pro kroutící moment jednoho elementu [1]:

$$dQ = (D - \varphi L) y dy = 0 , \quad (8)$$

nebo zjednodušeně:

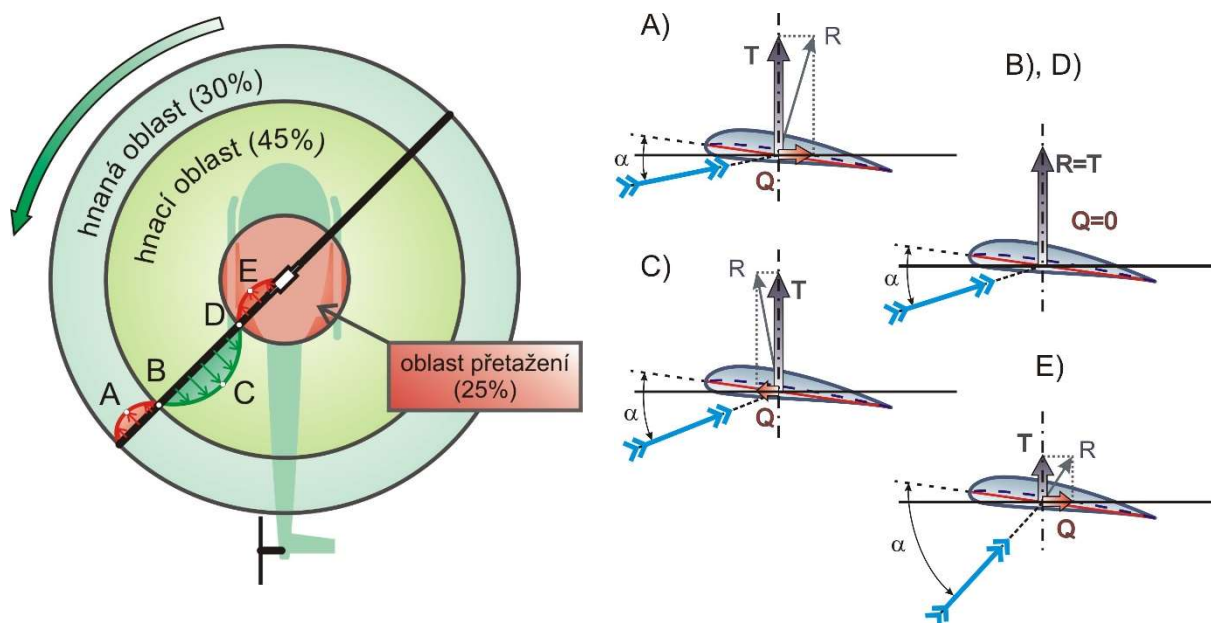
$$(D - \varphi L) = 0 = C_d - \varphi C_l . \quad (9)$$

I v případě, že konstantní indukovaná rychlost je uvažována po celém disku rotoru, obvodová rychlost podél listu nabývá různých hodnot, a tím i úhel  $\varphi$  (mezi nabíhajícím proudem vzduchu a rovinou disku) je podél listu proměnný. Proto nelze udržet na všech profilech listu nulový kroutící moment. Dle Obr. 7 bude část listu, která odebírá energii z proudu vzduchu, vytvářet roztáčivý moment, a naopak část listu, která spotřebovává energii z proudu vzduchu, bude brzdit. Pokud však tyto oblasti budou v rovnováze, nastane ustálený autorotační režim.

Celkový součet všech částí u obou listů bude roven:

$$\int dQ = 0 . \quad (10)$$

Z Obr. 7 je patrné, že vnitřní část listu s velkým úhlem náběhu vytváří roztáčivý moment, naopak vnější část listu s malým úhlem náběhu spotřebovává energii. Oblast ležící v blízkosti rotorové hlavy má taktéž brzdící účinek. Dochází zde k přetažení listu, a tím k výraznému nárůstu odporu. Obr. 7 zobrazuje svislou autorotaci, proto se jedná o axisymetrické rozložení jednotlivých oblastí. V případě autorotace za dopředného pohybu budou tyto oblasti vůči ose otáčení nesymetrické.



**Obr. 7: Znázornění jednotlivých oblastí s rozdílným autorotačním momentem.**

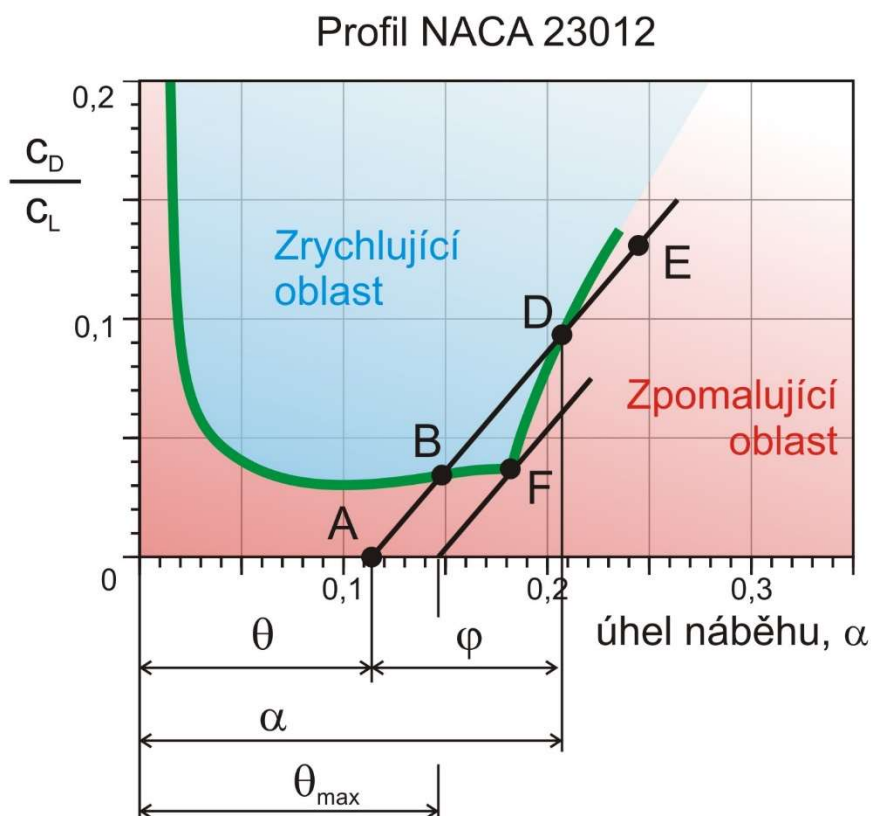
Samotný autorotační režim je stabilní. V případě, že se zvýší rychlost otáčení rotoru  $\Omega$ , dojde ke snížení úhlu  $\varphi$  a oblast, která spotřebovává energii, se zvětší a následně dojde k poklesu rychlosti otáčení. V opačném případě, když dojde k poklesu rychlosti otáčení  $\Omega$ , úhel  $\varphi$  se

zvětší a naroste oblast, která roztáčí rotor. Rotor proto sám udržuje svoje otáčky při změně letových podmínek.

Evidentně na rozvinutí roztáčivé oblasti je potřeba i určitý úhel nastavení. Pokud by byl příliš vysoký, dojde u většiny listů k přetažení, a tím k poklesu vzlaku a nárůstu odporu. U vrtulníku toto představuje výrazný problém, protože v normálním vrtulníkovém režimu pracuje rotor na velkém úhlu nastavení. V případě vysazení motoru je nezbytné ihned snížit tento úhel nastavení dřív, než dojde k poklesu otáček, které jsou pro autorotační režim potřebné. Naproti tomu vírník už od startu pracuje v autorotačním režimu, a proto úhel nastavení je již přizpůsoben. Nejlépe tuto problematiku vystihuje "autorotační diagram" (Graf 4). Je zde vynesena závislost poměru  $C_d/C_l$  (převrácená hodnota aerodynamické jemnosti) na úhlu náběhu. Pro jednotlivý úsek lze upravit rovnici (9):

$$\frac{C_d}{C_l} = \varphi = \alpha - \theta, \quad (11)$$

kde  $\theta$  je úhel nastavení listu a  $\alpha$  je aerodynamický úhel náběhu. Pro daný úhel nastavení listu lze vynést čáru pod úhlem  $45^\circ$ , která reprezentuje změnu úhlu nabíhajícího proudu vzduchu, a tím podchycuje změnu podél listu. V místě křížení s křivkou představující hodnotu  $C_d/C_l$  dochází k rovnováze kroutícího momentu. Všechny body v modré oblasti pomáhají v roztáčení, všechny body v červené brzdí rotor. Pokud by byl úhel nastavení příliš velký, tj. přesahoval by hodnotu  $\theta_{max}$ , docházelo by k přetažení listů, a tím i k výraznému zpomalení otáček rotoru (viz. Graf 4, bod F).

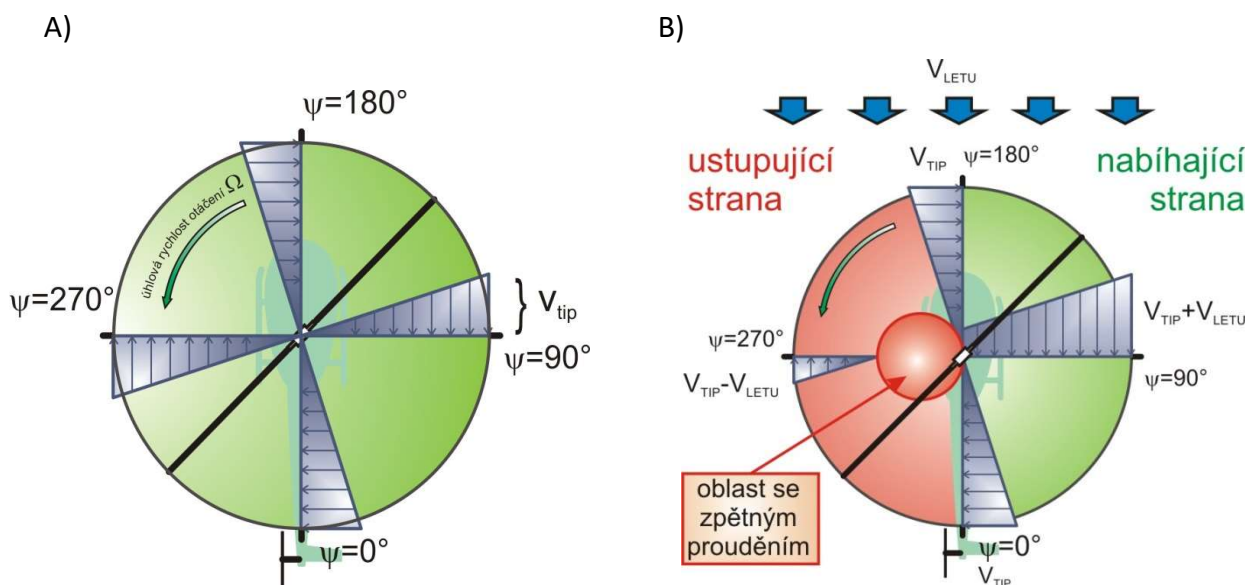


Graf 4: Autorotační diagram s vyznačenými body jednotlivých oblastí.

### 3.3 Problém s nesymetrickým obtékáním rotorového disku

Jakmile se rotor otáčí při dopředném letu, tzn. proudění není rovnoběžné s osou otáčení, ale naopak rotorový disk se posouvá do nerovného vzduchu ve směru, který je téměř totožný s rovinou disku, pak musíme počítat s problémem nesymetrického obtékání.

Dle Obr. 8 je patrné, že list, který se otáčí proti směru pohybu (nabíhající list), má relativní rychlost nabíhajícího vzduchu větší než list jdoucí ve směru pohybu (ustupující list).



Obr. 8: A) Axisymetrické obtékání listů při svislém pohybu; B) Nesymetrické obtékání listů při dopředném pohybu.

Pro matematické vyjádření je definován úhel azimutu  $\psi$ , kdy hodnota  $\psi = 0$  je s listem směrem dozadu. Místní dynamický tlak, a tím i zatížení listu, budou vždy proměnné s úhlem azimutu a toto se bude periodicky opakovat s rychlostí otáčení rotoru. Z náhledu je jasné, že největší hodnota celkové rychlosti bude u nabíhajícího listu při azimutu  $\psi = 90^\circ$ , a naopak minimum při  $\psi = 270^\circ$ . Již Cierva pochopil, že pokud budou všechny listy pevně připojené k hřídeli, pak tato nesymetrie zatížení bude způsobovat výrazné silové napětí a vibrace. Z tohoto důvodu se nejprve snažil vytvořit vírník (C-1 v roce 1920) s koaxiálním protiběžným uspořádáním rotorů, které mělo eliminovat nesouměrné rozložení sil na nabíhající a ustupující straně listů. Jakmile ale začal testovat tento vírník, zjistil, že vlivem interference mezi oběma rotory dochází k rozdílným otáčkám rotorů, a tím opět k nesymetrickému zatížení. Protože udržení stejných otáček pomocí spojky by vedlo k nárůstu hmotnosti, Cierva se nakonec rozhodl zkonstruovat jednorotorový vírník C-3 (1921). U tohoto vírníku navrhl eliminaci nesymetrie pomocí změny zkroucení listu s úhlem azimutu. Bohužel princip cyklického řízení ještě nebyl objeven, a proto tehdejší konstrukční řešení nepomohlo vytvořit letuschopný stroj. Nakonec Cierva prorazil s vírníkem C-4 (1923), kde nesymetrii vyřešil uvolněním listů pomocí mávacího kloubu (viz následující kapitola). K Obr. 8 je nutné podotknout, že vlivem nesymetrie obtékání vzniká na ustupující straně oblast se zpětným prouděním, která se zvětšuje s rychlostí. Tato oblast zpětného proudění snižuje výkonnost rotující nosné plochy.

### 3.4 Mávání listů

Pro návrh rotorové hlavy vírníku nebo vrtulníku je nezbytné podrobně prozkoumat odezvu samotného listu rotující nosné plochy. Pokud se rotor otáčí bez dopředné rychlosti, je proudové pole axisymetrické, což znamená, že každý list je vzhledem k úhlu azimutu obtékán stejně. Budeme-li mít listy volně zavěšené k hřídeli (mávací čep), bude rovina konců listů dána rovnováhou mezi odstředivou silou a vztakovou silou. Protože odstředivá síla je výrazně větší než vztaková, bude úhel vzepětí jen v řádu několika stupňů. Pokud uvažujeme konstantní rychlost otáčení, bude se tento úhel vzepětí měnit pouze se zatížením listů. Pro těžší vírník bude větší úhel kuželovitosti, pro lehčí vírník menší úhel kuželovitosti. Se změnou vzepětí dochází vlivem Coriolisovy síly také k ohybovým momentům vznikajících v rovině listu. Avšak při axisymetrickém obtékání tyto momenty nejsou v porovnání s odstředivou silou tak výrazné a nedochází tak k vibracím či namáhání konstrukce vlivem tohoto zatížení.

V případě, že se vrtulník pohybuje směrem vpřed, bude vlivem nesymetrie obtékání výrazná změna zatížení aerodynamických sil na nabíhající a ustupující straně. Mávací čep umožní každému listu pohyb nahoru a dolů v závislosti na úhlu azimutu. Protože však projev změny zatížení má zpoždění (vliv precese)  $90^\circ$ , bude největší vymávnutí při úhlu azimutu  $\psi = 180^\circ$  a nejnižší bod vymávnutí při úhlu azimutu  $\psi = 0^\circ$ . Stručně řečeno, nabíhající list bude mávat směrem vzhůru a ustupující list bude mávat směrem dolů. Z tohoto důvodu dojde i ke změně úhlu náběhu. Při mávání směrem vzhůru se úhel náběhu sníží, při mávání směrem dolů se úhel náběhu zvýší. Tato následná změna obtékání vyvolá další změnu rozložení vztlaku, a tím k dodatečnému naklonění rotorového disku vpravo (z pohledu vrtulníku vpřed u otáčení rotoru proti směru hodinových ručiček). Naklonění vpravo je však méně výrazné oproti sklonění rotoru vzad. U vrtulníku lze pomocí cyklického řízení a posunutí mávacího čepu mimo osu otáčení relativně tlumit toto mávání. U vírníku však není cyklické ani kolektivní nastavení jednotlivých listů, a proto vymávnutí listů je patrné. Vrátime-li se zpět do historie, zjistíme, že první Ciervovy vírníky neměly dokonce ani naklápění hřídele nosného rotoru. Rotující nosná plocha zde fungovala jednoduše jako pevné křídlo a řízení letových manévru bylo dáno konvenčními aerodynamickými plochami (výškové, směrové kormidlo, křídélka). Tyto nosné plochy musely také kompenzovat sklon výsledné aerodynamické síly.

### 3.5 Coriolisova síla a odporový čep

Z fyzikálního hlediska působí hmotové a odstředivé síly v těžišti každého listu. Pokud však dochází k mávání listu nebo k elastickému prohnutí listu vlivem zatížení, dochází ke změně těžiště (vzdálenost od osy otáčení). Tato změna polohy vytváří změnu setrvačné síly – Coriolisova síla, a tím dochází k zatížení a namáhání každého listu v rovině disku.

U prvních Ciervových modelů, které byly relativně lehké a měly listy vůči sobě vyvážány, nezpůsobily setrvačné síly výrazné namáhání konstrukce. Bohužel model C-6, který byl větší a nosný rotor měl výrazně těžší, došlo přímo k destrukci právě vlivem tohoto namáhání.

Naštěstí se tak stalo těsně po přistání. V důsledku této události přidal Cierva další kloub do zavěšení listů u modelu C-7. Následně u modelu C-8<sup>2</sup> již plně začlenil jak mávací čep, tak i odporový čep a vytvořil tím základ kloubové rotorové hlavy, který se dodnes používá u řady vrtulníků.

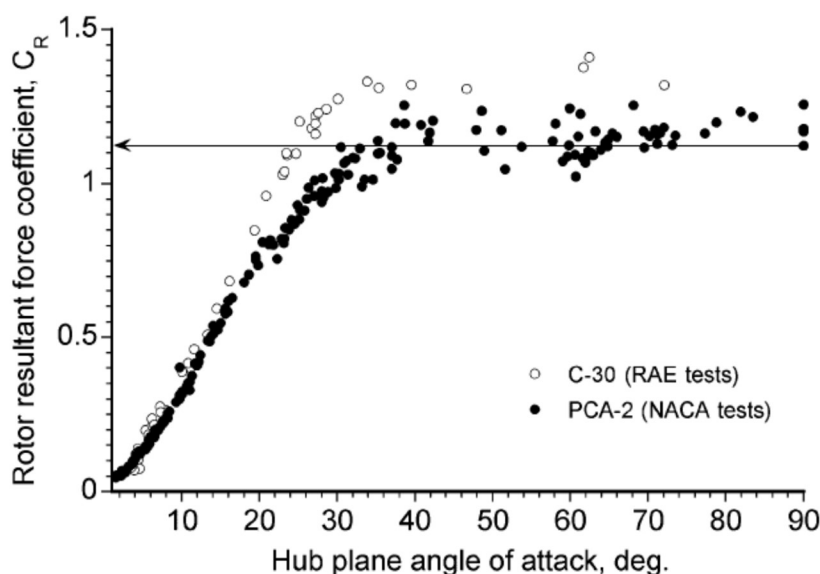
### 3.6 Podobnost vírníku a padáku

Kromě Ciervových pokusů s modely a následně i s velkými stroji se aerodynamikou rotujících nosných ploch teoreticky zabýval i britský vědec Glauert. S Ciervou měl v 30. letech drobný spor o užitečnosti vírníků. V době předvrtulníkové, měl zřejmě pravdu Cierva, že jeho stroje mají větší možnosti než letadla. Avšak v oblasti teoretické aerodynamiky Glauert dospěl k jistým závěrům dříve než Cierva. Podívejme se na jeho výsledky měření výsledné aerodynamické síly v autorotaci. [4]

Dle Obr. 6 lze získat výslednou aerodynamickou sílu  $R$  jako vektorový součet odporu  $D$  a vztlaku  $L$ , tj.  $R = \sqrt{L^2 + D^2}$ . Součinitel této výsledné aerodynamické síly lze zapsat rovnicí:

$$C_R = \frac{R}{\frac{1}{2}\rho V_\infty^2 S}, \quad (12)$$

kde  $\rho$  je hustota vzduchu,  $V_\infty$  je relativní rychlost nerozrušeného proudu vzduchu a  $S$  je plocha rotorového disku. Z letového měření na grafu (Graf 5) je patrné, že od určitého úhlu náběhu  $\varphi$  ( $30^\circ$ ) je hodnota součinitele výsledné aerodynamické síly konstantní a nabývá hodnoty kolem  $C_R = 1,25$ , což je obdobná hodnota jako pro součinitel odporu kruhového disku při kolmém obtékání. (Pro disk  $C_R = 1,11$ , pro uzavřený polokruhový padák  $C_R = 1,2$ , pro otevřený polokruhový padák  $C_R = 1,33$ ).



Graf 5: Letová měření výsledné aerodynamické síly pro různé úhly náběhu rotorové hlavy. [3]

<sup>2</sup> S vírníkem C-8 Cierva poprvé přelétl z Paříže do Londýna v roce 1928.

Náhled na rotující nosnou plochu v autorotaci jako na padák výrazně zjednodušuje aerodynamické výpočty. [1] V rovnici (12) se proto bude moci výsledná aerodynamická síla nahradit hmotností vírníku  $R \cong W$ :

$$C_R = \frac{W}{\frac{1}{2}\rho V_\infty^2 S}. \quad (13)$$

Dále lze rozložit relativní rychlost na  $V_\infty = \sqrt{V_f^2 + V_d^2}$  a po dosazení se obdrží rovnice:

$$C_R = \frac{W}{\frac{1}{2}\rho(V_f^2 + V_d^2)S}. \quad (14)$$

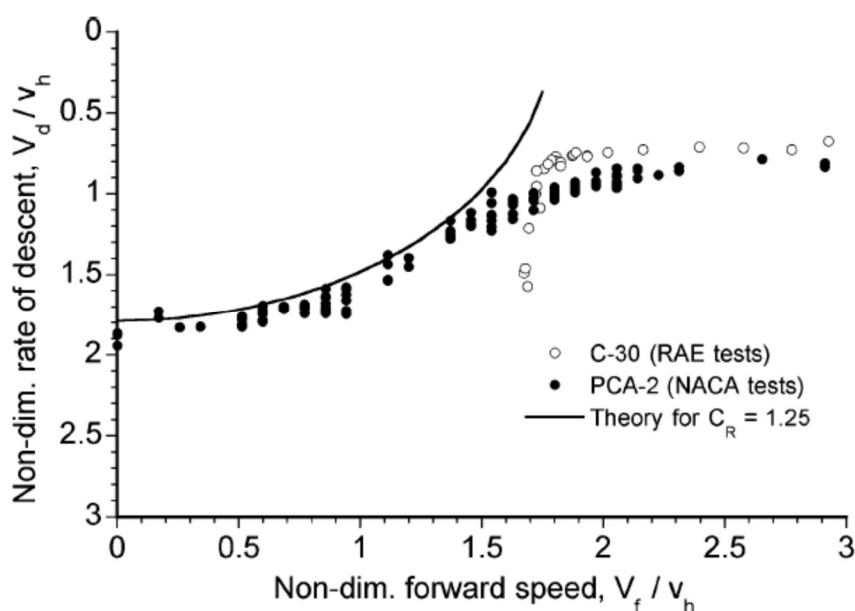
Úpravou lze získat vztah:

$$V_f^2 + V_d^2 = \frac{2W}{\rho S C_R}. \quad (15)$$

Při čistě svislé autorotaci, kdy je úhel náběhu na disk  $90^\circ$ , bude dle grafu (Graf 5) součinitel výsledné aerodynamické síly kolem hodnoty 1,25 ( $C_R = C_D = 1,25$ ). Potom pro velké úhly náběhu, kdy  $V_f \approx 0$ , lze pomocí předchozí rovnice napsat pro rychlost klesání v autorotaci

$$V_d = \sqrt{\frac{2W}{\rho S C_D}} = \sqrt{\frac{2W}{\rho S C_R}} = 25,94 \sqrt{\frac{W}{S}}. \quad (16)^3$$

Tento vztah plně koresponduje i se vztahem (6) odvozeným z hybnostní teorie pomocí univerzální výkonové křivky.



Graf 6: Porovnání teorie s letovým měřením rychlostní poláry. [3]

<sup>3</sup> Rovnice platí pro tlak u hladiny moře

Chceme-li vědět, jakou hodnotu má rychlost klesání při malé dopředné rychlosti, můžeme využít předpoklad, že odpor je stále stejný ( $C_R = C_D = 1,25$ ), avšak rychlost  $V_f \neq 0$ .

Vztah (15) pak přejde na rovnici:

$$V_d = \sqrt{\frac{2}{\rho S_D} \left( \frac{W}{A} \right) - V_f^2}, \quad (17)$$

anebo na bezrozměrný tvar vyjádřený:

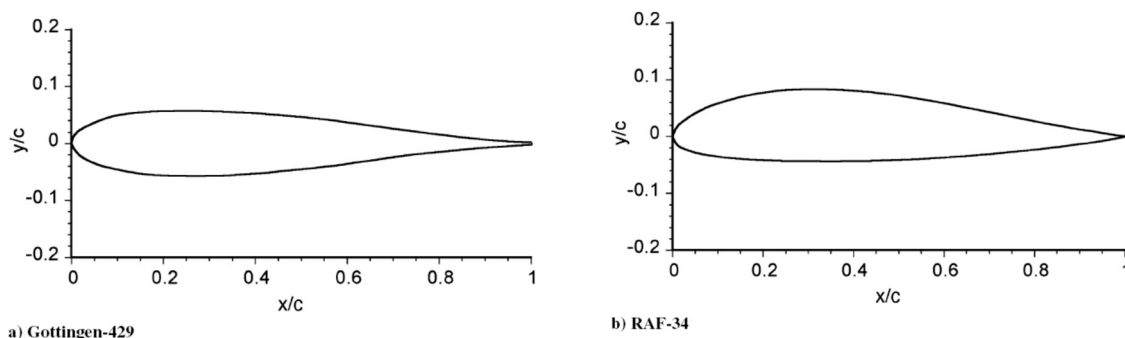
$$\frac{V_d}{v_h} = \sqrt{\frac{4}{C_D} - \left( \frac{V_f}{v_h} \right)^2}. \quad (18)$$

Graf 6 prezentuje, že navržená teorie pro hodnotu  $C_D = 1,25$  koresponduje s naměřenými hodnotami až do bodu  $V_f/v_h = 1,5$ .

### 3.7 Aerodynamické profily pro vírník

Výběr aerodynamického profilu pro rotující nosnou plochu nikdy nebude jednoduchý, protože díky rozdílné obvodové rychlosti jsou v každém řezu listu odlišné hodnoty Reynoldsova i Machova čísla. Je zřejmé, že vytvořit list rotoru s proměnným profilem v každém řezu není konstrukčně ani výpočtově jednoduché. U většiny vrtulníků se list skládá maximálně ze tří částí s různým profilem. Obzvlášť specifický je výběr profilu u vrtulníku, protože rotor pracuje jak v režimu visení a dopředného letu, tak i v režimu autorotace, což jsou naprosto odlišné režimy pro výběr profilu. Naproti tomu vírník pracuje neustále v režimu autorotace, čímž výrazně zjednodušuje výběr profilu. Nicméně u všech moderních vírníků je snaha o konstrukční a výrobní jednoduchost, proto se list vírníku skládá pouze z jednoho optimálního profilu.

Základem pro výběr profilu je výhodný poměr vztlaku a odporu, neboť čím větší tato hodnota bude, tím bude menší rychlost klesání v autorotaci (a tím i potřeba menší dopředné rychlosti). Nízká hodnota klopivého momentu dále snižuje torzní zatížení listu a předchází tak aeroelastickému kroucení. Problém stlačitelnosti není u vírníku tak důležitý jako u vrtulníků, protože v režimu autorotace se nepracuje s tak velkými součiniteli vztlaku.



Graf 7: Používané profily prvních vírníků. [3]

Připomeňme opět konstruktéra Juchan de La Cierva, který si byl vědom důležitosti výběru profilu pro svoje vírníky. Jeho zásadním bodem při výběru profilu bylo stanovení, zda použít symetrický profil nebo kladně prohnutý. Symetrický profil má tu výhodu, že poloha aerodynamického středu se výrazně nemění s úhlem náběhu. Výhoda nesymetrického kladně prohnutého profilu spočívá zase ve větší aerodynamické účinnosti. Pro svoje první vírníky (C-4) používal Cierva profil Eiffel 106, později jej změnil na Göttingen-429. Následně u vírníku C-19 změnil profil Göttingen-429 na RAF-34 s výraznějším prohnutím a tloušťkou 17%. Vírník C-30 dostal profil Göttingen-606, který díky svému pronutí (výrazný klopivý moment) vykazoval ve vysokých rychlostech značné zkroucení, a tím problémy s říditelností. Tento aeroelastický efekt byl umocněn díky slabé torzní tuhosti dřevěných listů. Nakonec to vyústilo v nehodu vírníku C-30 (Obr. 9).



**Obr. 9: Úspěšný vírník konstruktéra de la Ciervy - Vírník C-30. [11]**

Pokud tedy konstruktér vírníku nechce řešit problémy s kroucením listů, použije symetrický profil, např. NACA 0012, přestože není dosaženo tak dobrých vlastností ve vysokých úhlech náběhu nebo ve vysokých rychlostech.



### 3.8 Letová měření vírníků v NACA

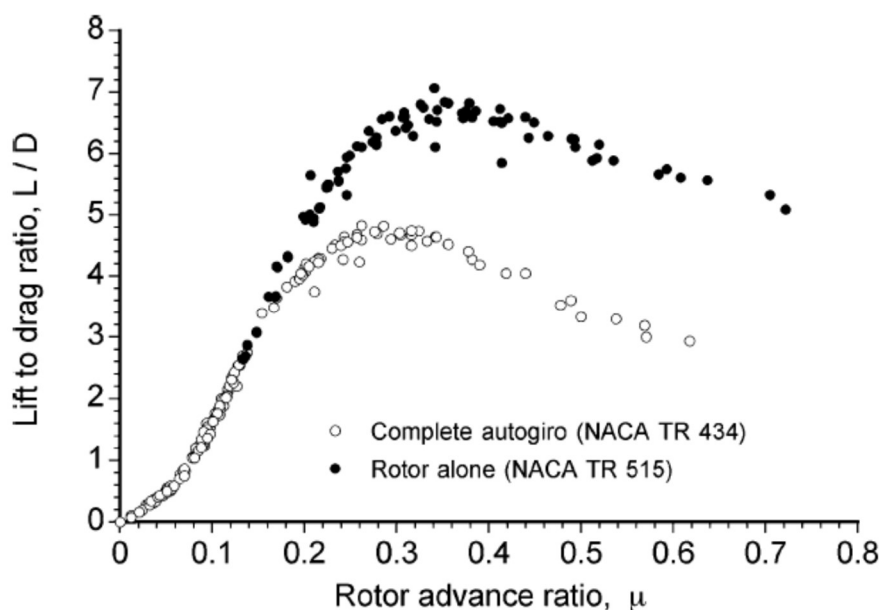
Pro názornější výklad postupového poměru, vraťme se zpět do historie. Zatímco Britská RAE prováděla experimenty s vírníky a rozvíjela základy jejich analytických teorií kolem roku 1926, americká NACA se do roku 1930 vůbec vírníky nezabývala. V roce 1931 koupila NACA vírník Pitcairn PCA-2 a začala provádět jak letové testy, tak testy v aerodynamickém tunelu. Tento výzkum, který trval téměř 8 let, položil základy pozdějšímu testování vrtulníků.

První publikaci o vírníku pro NACA vytvořil americký vědec Wheatley. Prováděl měření rychlosti klesání a úhlu klouzání celého vírníku PCA-2 a porovnával je s hodnotami samotného nosného rotoru z tunelových měření. Graf 8 zobrazuje aerodynamickou účinnost  $L/D$  v závislosti na bezrozměrové rychlosti, tzv. postupovém poměru. Pro porovnávání rotujících nosných ploch je vhodné používat bezrozměrnou hodnotu  $V_\infty/V_{TIP} \cong V_f/\Omega R = \mu$ , kterou nazýváme postupový poměr.



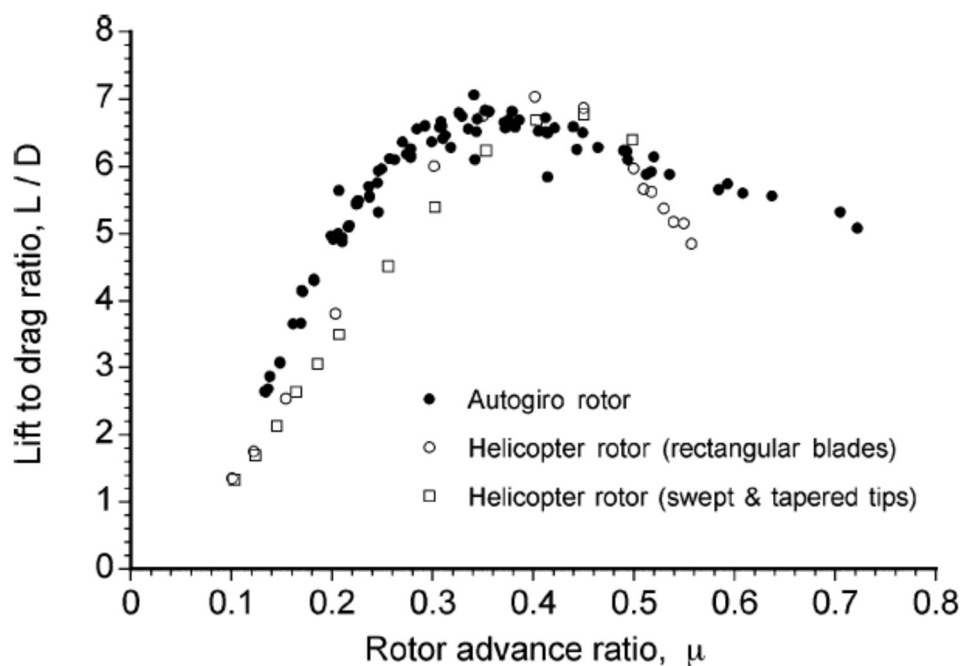
Obr. 10: Testovaný vírník PCA-2. [11]

Z grafu (Graf 8) je patrné, že celkově vírník PCA-2 dosahuje maximální aerodynamické jemnosti kolem 4,5 při postupovém poměru  $\mu = 0,3$ , kdežto samotný rotor hodnoty  $L/D = 7$ , při postupovém poměru  $\mu = 0,35$ . Samozřejmě nižší aerodynamická účinnost u celého vírníku je daná parazitním odporem draku vírníku.



Graf 8: Porovnání aerodynamické jemnosti celého vírníku a samotného rotoru vírníku. [3]

Při porovnávání rotující nosné plochy vírníku a vrtulníku, na grafu (Graf 9), zjistíme, že maximální hodnota aerodynamické účinnosti je téměř stejná, pouze při vyšších rychlostech vrtulník více ztrácí, kdežto vírník může dosáhnout hodnoty  $L/D = 5$ , při postupovém poměru  $\mu = 0,7$ . Vrtulník se na takto vysokou hodnotu postupového poměru nikdy nedostane z důvodu přetažení na ustupující straně nebo vlivem stlačitelnosti na nabíhající straně listu. Toto je argument, proč v současnosti vznikla řada experimentálních tzv. "compound" vrtulníků, které pro dosažení vyšší cestovní rychlosti používají nosný rotor pouze pro zajištění vztlaku a tahovou složku obstarává dodatečný pohonný systém. Jako příklad lze uvést Airbus Helicopter X-3 (viz. Obr. 11).



Graf 9: Porovnání aerodynamické jemnosti vírníku a vrtulníku. [3]

Ve svých publikacích Wheatley také popisuje letové vlastnosti vírníků. Došel k zajímavému zjištění, že vírník je schopen snést přetížení až 4,3 g, což je hodnota velmi vysoká a v dnešní době zřídka dosažitelná i moderními bojovými vrtulníky. Důvod, proč je vírník schopen dosáhnout takového přetížení, opět hledejme v relativně malém zatížení rotorových listů a hlavně v nízkém středním součiniteli vztlaču. Hranice přetažení je tedy výrazně vzdálená, a proto jsou listy schopny přenést veliké zatížení.



**Obr. 11: Prototyp „compound“ helikoptér firmy Airbus Helicopter, X-3. [11]**

## 4 Návrh modelu vírníku

Z předešlé teorie je zřejmé, že návrh rotující nosné plochy není jednoduchý a výpočet aerodynamických charakteristik překračuje rámec bakalářské práce. Přesto bylo rozhodnuto provést jednoduchý návrh rotující nosné plochy hnaného autorotačním efektem. Základním podnětem bylo vytvoření rotující nosné plochy na způsob „draka“. V minulosti se tato idea již několikrát objevila. Funkční vírníky využívaly německé ponorky jako pozorovací platformu upoutanou k ponorce a schopnou vidět za horizont (Obr. 14). Jako další možný způsob využití vírníků ve vojenských aplikacích bylo v balistickém zpomalení rakety pomocí rotující nosné plochy a její zanesení na požadovaný cíl. Průkopníci letectví se snažili také o vytvoření tzv. „Rotochutu“, což byl vírník využitý jako padák. Výhoda takového padáku je v uložení energie do roztočeného rotoru, která se může použít těsně nad zemí pro konečné zpomalení (princip fléry v autorotaci).

V dnešní době, kdy je kladen důraz na zelenou energii a kdy je potřeba elektrické energie i na odlehlých nedostupných místech, je možné využít upoutaného vírníku k výrobě elektrické energie. V případě, že tento vírník bude mít dostatečnou účinnost nejen k udržení sebe sama v příslušné výšce, ale také k roztočení generátoru, lze tuto soustavu využít jako nouzový zdroj energie pro nehostinné oblasti nebo pro případ výpadku běžných zdrojů energie. Jediné, co tato elektrárna potřebuje k práci, je dostatečně silný vítr ve výšce, ve které hodláme umístit náš upoutaný vírník. Konstrukce takovéto vznášející se elektrárny však také přesahuje rámec běžné bakalářské práce, proto tato práce navrhne pouze testovací model – jednoduchý drak využívající autorotační princip k udržení se ve vzduchu.

Existuje možnost využít dřívější konstrukční návrhy anebo současné moderní sportovní vírníky, ale náplní této bakalářské práce je vytvoření pouze rotující nosné plochy (bez potřeby nesení zátěže), což může trochu změnit filozofii návrhu. Hlavní důraz bude kladen na návrh malého modelu s využitím současných výrobních možností, jako jsou NC stroje a 3D tiskárny.

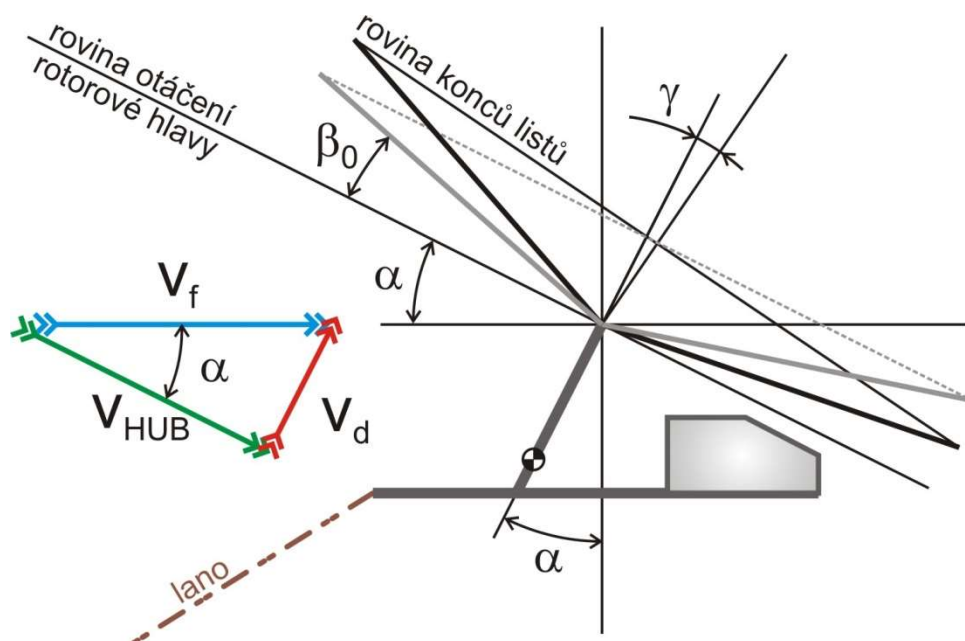


Obr. 12: JT-1 Gyroglider z roku 1958 finského konstruktéra Tervamäki. [10]

## 4.1 Vlastní návrh modelu vírníku

Pro návrh a vytvoření funkčního modelu vírníku využijeme všeobecnou znalost jak vrtulníkové konstrukce, tak i samotných vírníků. Jak bylo popsáno v kapitole o aerodynamice vírníku a principu autorotace, nelze jednoduše spočítat základní parametry určující geometrii rotorové hlavy nebo aerodynamické součinitele v režimu autorotace. Jednodušší je se opřít o letové měření již funkčních vírníků. Námi navržený model předpokládá maximální průměr disku rotoru 2 m.

Dalším důležitým předpokladem je, že vírník by měl pracovat za povětrnostních podmínek, kdy minimální složka větru bude 5 m/s. Z grafu (Graf 2: Letová měření rychlostní poláry – Cierva C-30, Pitcairn PCA-2. [3]Graf 2) odečteme poměr minimální hodnoty klesání pro dopřednou rychlost  $V_f/v_h = 2$ , tj. hodnota bude  $V_d/v_h = 1$ . Poměr klesání ku dopředné rychlosti tedy bude 1:2. Lze uvažovat, že nejmenší rychlost klesání bude  $V_d = 2,5 \text{ m/s}$ . Směr a síla nabíhajícího proudu vzduchu jsou znázorněny na Obr. 13.



Obr. 13: Schématické znázornění vírníku a nabíhajícího proudu vzduchu.

Pomocí rovnice (7) vypočteme, jak velký tah lze očekávat od vírníku s průměrem 2 m.

Z rovnice (7) a stanovené hodnoty  $V_d/v_h = 1$  vyplývá

$$V_d \cong \sqrt{\frac{T}{2\rho S}}, \quad (19)$$

vyjádříme tah a dostaneme

$$T = V_d^2 2\rho S \quad (20)$$

$$T = 2,5^2 \cdot 2 \cdot 1,225 \cdot \pi \cdot 1^2 = 48 \text{ N}$$

Zjednodušeně lze usoudit, že maximální hmotnost celého modelu musí být menší než 4,8 kg.

Pokud bychom uvažovali rychlost proudění 10 m/s, pak se nám hmotnost zvyšuje až na 20 kg. Výpočet lze ověřit i u vírníku Focke-Achgelis Fa 330 (Obr. 14), kde pro rozpětí 8,5 m ( $A=56,7 \text{ m}^2$ ) při celkové maximální hmotnosti 175 kg odpovídá minimální rychlost pro udržení vírníku ve vzduchu vítr 7 m/s (25 km/h). Samotná ponorka, jež tento vírník používala, měla maximální rychlost na hladině 35 km/h. Vírník při největším zatížení bylo tedy možno vypustit i za bezvětří. Ponorka však musela plout rychlostí alespoň 25 km/h.



Obr. 14: Vypuštění Focke Achgelis Fa 330 z ponorky. [11]

## 4.2 Návrh listů rotoru

Pro další výpočty již nelze použít jednoduchou proudovou teorii, proto využijeme profilovou teorii, která již počítá s geometrickými charakteristikami jednotlivých listů.

Základním ukazatelem rotující nosné plochy je plnost rotoru  $\sigma$ . Jedná se o poměrové vyjádření plochy listů k celkové ploše disku. Běžná hodnota  $\sigma$  pro většinu vrtulníků se pohybuje v intervalu (0,06 – 0,08). Vztah pro výpočet plnosti rotoru je definován:

$$\sigma = \frac{N_b c}{\pi r}, \quad (21)$$

kde  $N_b$  je počet listů,  $c$  je hloubka listu a  $r$  je poloměr rotorového disku. Z teorie je známo, že čím je menší plnost rotoru, tím je jeho vyšší účinnost. Bude proto dále uvažována spodní

hodnota běžně používaných plností rotoru, což je  $\sigma = 0,06$ . Již dříve bylo rozhodnuto z hlediska symetričnosti a konstrukční jednoduchosti modelovat dvoulistý rotor. Potom rovnice pro hloubku listů bude mít tvar:

$$c = \frac{\sigma \pi r}{N_b}, \quad (22)$$

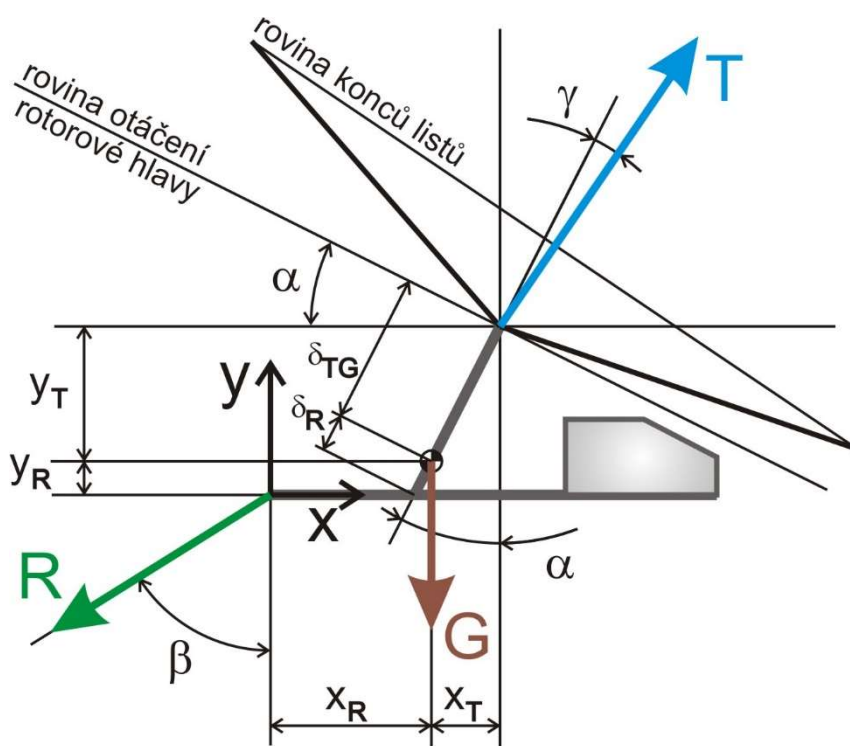
$$c = \frac{0,06 \cdot \pi \cdot 1}{2} = 0,094m \approx 10cm.$$

Při zaokrouhlení hloubky na 10 cm je plnost rotoru  $\sigma = 0,064$ , což je stále na spodní hranici běžně používaných rotorů.

Z předchozí aerodynamické rozvahy je zřejmé, že symetrický profil je nejjednodušší z hlediska silových poměrů a konstrukční jednoduchosti, avšak účinnost nemusí být vždy dostatečná. Proto zvolíme kompromis mezi symetrickými profily a vysoce vztlakovými nesymetrickými profily. Pro náš model využijeme profil NACA 23012. List bude bez zúžení a bez zkroucení.

### 4.3 Návrh geometrických rozměrů kostry vírníku

Pro stanovení geometrických charakteristik vírníku je potřeba provést silovou rozvahu a momentovou rovnováhu.



Obr. 15: Silové poměry působící na upoutaný vírník.

Na Obr. 15 je schematicky znázorněn vírník se všemi působícími silami v podélném směru. Pro úplnost by bylo vhodné zakreslit také síly a momenty v příčném směru, protože však předpokládáme stranovou symetrii vírníku, nebudeme se dále v této práci zabývat silovým rozložením v příčném směru.

Při porovnávání sil je důležité vhodně zvolit souřadnou soustavu. Pro potřeby této bakalářské práce je zvolena souřadná soustava zemská, nesená vírníkem. U volného vírníku, by bylo lepší použít souřadnou soustavu orientovanou na základní nosné prvky stroje, např. osa otáčení rotující nosné plochy, konstrukční rám vírníku, apod. Protože však uvažujeme tento vírník jako upoutaný, volíme zemskou souřadnou soustavu umístěnou do bodu připojení vírníku k lanu. Výhoda této souřadné soustavy bude při pozdějším určení polohy vírníku vůči zemi. Velikost a orientace reakce  $R$  je tedy rovna reakci v ukotvení vírníku k zemi a je přesně opačná. Dále pokud uvažujeme pouze horizontální vítr, úhel  $\alpha$  zde bude úhel náběhu na rovinu otáčení rotorové hlavy (rotor hub plane).

Rozepíšeme-li silové poměry v ose  $x$ , dostaneme rovnici:

$$-R \sin \beta + T \sin(\alpha + \gamma) = 0, \quad (23)$$

a v ose  $y$ :

$$-R \cos \beta - G + T \cos(\alpha + \gamma) = 0. \quad (24)$$

Vyjádří-li se reakce  $R$  z obou rovnic, pak získáme:

$$R = \frac{T \sin(\alpha + \gamma)}{\sin \beta}, \quad R = \frac{T \cos(\alpha + \gamma) - G}{\cos \beta}. \quad (25)$$

Postavíme-li tyto rovnice proti sobě, lze vyjádřit:

$$\frac{\sin \beta}{\cos \beta} = \tan \beta = \frac{T \sin(\alpha + \gamma)}{T \cos(\alpha + \gamma) - G} \quad (26)$$

Pro výpočet směru působení reakce v zavěšení je nutné znát úhel  $\gamma$ , což představuje sklonění rotorového disku vzad. Obecně se tato hodnota pohybuje od  $6^\circ$  do  $8^\circ$ . Výpočtem pomocí profilové teorie byla získána hodnota  $7,4^\circ$ . (Podrobné rozepsání teorie a výpočtu by výrazně rozšířilo tuto práci, proto se zde neuvádí). Z teorie je patrné, že tato hodnota se mění s dopřednou rychlostí. Změna však není oproti jiným úhlům tak výrazná, a proto tato střední hodnota bude označena jako konstantní. Předchozím výpočtem je také prokázáno, že při rychlosti horizontálního větru  $5 \text{ m/s}$  je maximální tah roven  $48 \text{ N}$ . Navrhovaná konstrukce vírníku však nepřesáhne hmotnost  $2 \text{ kg}$ . Přebytková síla se tak objeví v reakci zavěšení lana. Aby bylo možné vírník udržovat ve stabilizované poloze je tato síla nutná. Čím se totiž bude blížit výsledná tahová síla k celkové hmotnosti vírníku, tím se bude vírník obtížněji stabilizovat.

Zadáme-li tyto vstupní hodnoty do vztahu (26), obdržíme hodnoty:

$$T = 48 \text{ N}, \quad G = 20 \text{ N}, \quad \gamma = 7,4^\circ, \quad \alpha = 30^\circ,$$

dostaneme hodnotu úhlu  $\beta$ :

$$\tan \beta = \frac{48 \sin 37,4^\circ}{48 \cos 37,4^\circ - 20} = 1,608 \quad (27)$$

Vyjádřeno ve stupních, úhel sklonu reakční síly je:

$$\beta = 58^\circ$$



Vlastní hodnotu reakční síly dostaneme dosazením zjištěného úhlu do rovnice (25):

$$R = \frac{T \sin(\alpha + \gamma)}{\sin \beta} = \frac{48 \sin 37,4^\circ}{\sin 58^\circ} = 34,4 \text{ N} \quad (28)$$

Tímto výpočtem se došlo k závěru, že pokud budeme chtít vypustit vírník při větru 5 m/s, bude nutné počítat v závěsu vírníku se silou 34 N a vírník se bude vznášet pod úhlem 32° vůči zemi.

Z Obr. 15 lze ale také rozepsat momentovou rovnováhu. Navrženou polohu na obrázku budeme brát jako referenční nebo tzv. stabilizovanou. Znamená to, že součet všech momentů bude roven nule.

U volného vírníku by se všechny rotační pohyby konaly podle polohy těžiště. Upoutaný vírník však bude konat svůj pohyb podle bodu uchycení, tj. v působišti reakce R.

Rozepsaná momentová rovnováha k tomuto bodu:

$$-G x_R + A \cos(\alpha + \gamma) (x_T + x_R) - T \sin(\alpha + \gamma) (y_T + y_R) = 0. \quad (29)$$

Pro výpočet rovnováhy je nutné znát všechny geometrické hodnoty. V našem případě tvar vírníku volíme ze zkušeností a z již vyrobených a funkčních vírníků. Pouze hodnotu  $x_R$ , tj. rameno připoutání vírníku od těžiště, se pokusíme z momentové rovnováhy vypočítat. Na referenční polohu vírníku ve stabilizovaném stavu má totiž tato hodnota velký vliv. Zejména požadujeme, aby spodní tyč byla během definovaného referenčního letu vodorovně.

Pro výpočet hodnoty  $x_R$  je vhodnější rozepsat momentovou rovnováhu k těžišti. Poloha těžiště je daná součtem jednotlivých komponentů. Hmotnost obou listů bude 1 kg. Hmotnost zbylé konstrukce bude pod 1 kg. Ve výpočtu však uvažujeme 2 kg, jako hmotnost celého vírníku. Předpokládejme, že konstrukci budeme dovažovat na stanovené 2 kg a to tak, aby poloha těžiště (Obr. 16) byla ve vzdálenosti  $\delta_{TG} = 400 \text{ mm}$  od vahadlového zavěšení listů. Vzdálenost od těžiště k vodorovnému podélníku bude  $\delta_R = 100 \text{ mm}$  (viz Obr. 16). Momentová rovnováha k těžišti tedy bude vyjádřena rovnicí:

$$-R \sin \beta \delta_R \cos \alpha + R \cos \beta x_R - T \sin(\alpha + \gamma) \delta_{TG} \cos \alpha + T \cos(\alpha + \gamma) \delta_{TG} \sin \alpha = 0. \quad (30)$$

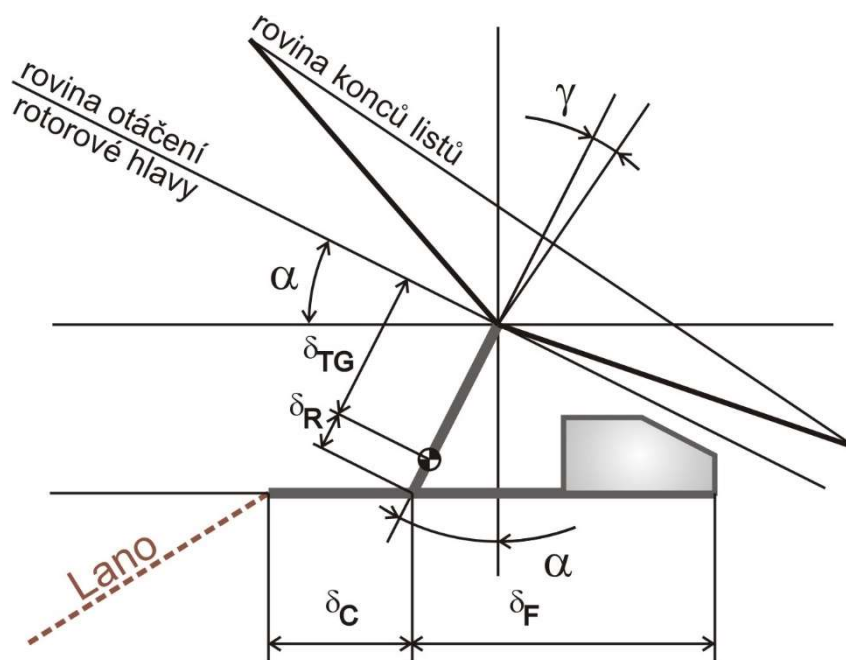
Vyjádřeno a upraveno pro  $x_R$ :

$$x_R = \tan \beta \delta_R \cos \alpha + \frac{T \delta_{TG}}{R \cos \beta} (\sin(\alpha + \gamma) \cos \alpha - \cos(\alpha + \gamma) \sin \alpha), \quad (31)$$

po dosazení bude výsledná hodnota  $x_R = 240 \text{ mm}$ .

Odečte-li se od ramene  $x_R$  složka náklonu hřídele, dostaneme hodnotu umístění vodorovného podélníku  $\delta_C = 190 \text{ mm}$ .

Ocasní část spolu se stabilizační svislou plochou se navrhnou opět dle zkušeností, a tedy bude použita hodnota  $\delta_F = 400 \text{ mm}$  a velikost stabilizační plochy bude o rozměrech 200x100 mm.



Obr. 16: Schéma geometrických vzdáleností k těžišti.

Většina geometrických hodnot pro řešení vírníku byla zvolena ze zkušeností z jiných funkčních vírníků. Pokud by existovala potřeba realizovat přesný návrh pro zadanou hmotnost a aerodynamickou účinnost rotující nosné plochy, bylo by nutno řešit silové a momentové rovnice jako soustavu. Problém však nastává ve vazbách jednotlivých proměnných mezi sebou. Např. výsledný tah  $T$  je závislý na úhlu náběhu rotorové hlavy  $\alpha$  a úhel zfouknutí rotorových listů  $\gamma$  je určován velikostí výsledné aerodynamické síly rotující nosné plochy. Soustava rovnic by se musela řešit jako soustava nelineárních rovnic, což opět přesahuje rámec této bakalářské práce.

#### 4.4 Návrh rotorové hlavy

Dalším důležitým parametrem bude rychlost otáčení rotorových listů. Tato hodnota bude velmi potřebná pro pevnostní analýzu rotorové hlavy.

Opět z letových měření vírníků víme, že největší účinnost je dosahována při postupovém poměru  $\mu = 0,4$  (viz Graf 8). Předpokládejme, že námi navržený vírník bude pracovat v této oblasti letových režimů. Upravíme-li rovnici pro postupový poměr:

$$\mu = \frac{V_{\infty}}{\Omega R}, \quad (32)$$

získáme jednoduchý vztah:

$$\Omega = \frac{V_{\infty}}{\mu r}, \quad (33)$$

$$\Omega = \frac{5}{0,4 \cdot 1} = 12,5 \text{ rad/sec}.$$

Převedeme na běžně používané otáčky:

$$\Omega = 12,5 \text{ rad/s} = 12,5 \cdot \frac{60}{2\pi} \approx 120 \text{ ot/min}.$$

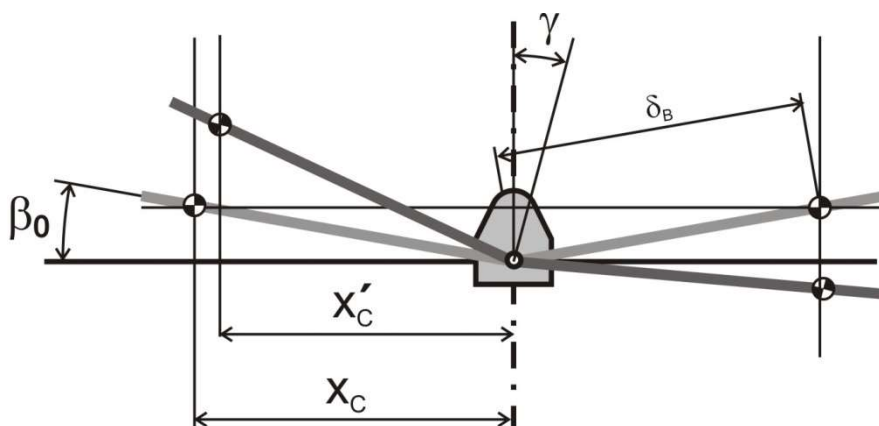
Při rychlosti větru 10 m/s budou otáčky:

$$\Omega = \frac{10}{0,4 \cdot 1} = 25 \text{ rad/s} \approx 240 \text{ ot/min}.$$

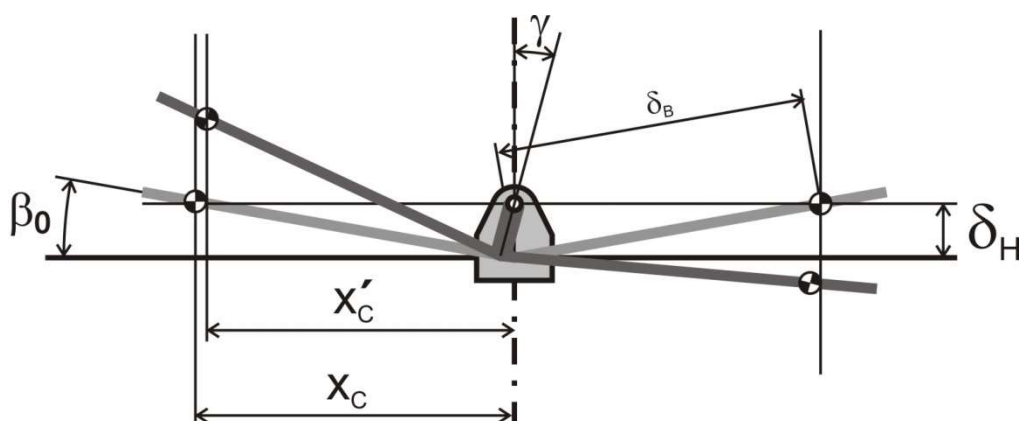
V předchozí části byly navrženy listy s poloměrem  $r = 1 \text{ m}$  s hmotností  $0,5 \text{ kg}$  každého listu. Navržené konstrukční měření předpokládá hmotnost listu menší než  $0,5 \text{ kg}$ . Hmotnost listů je zde velmi důležitá, protože čím je těžší list, tím větší je jeho moment setrvačnosti. Z tohoto důvodu výpočet směřujeme na hmotnost listu  $0,5 \text{ kg}$  a v případě menší hmotnosti skutečného listu, list dovážíme. Hmotnost závaží budeme volit tak, abychom dosáhli polohu těžiště listu ve vzdálenosti  $0,6 \text{ m}$  od osy otáčení.

Vzhledem k hmotnosti listů a rychlosti otáčení je patrné, že odstředivá síla působící na list nebude nijak velká. Proto nelze uvažovat kloubové uložení listu, zejména v mávacím čepu. Úhel vytvářející kuželovitost rotoru by byl příliš velký, což by mohlo zhoršovat aerodynamické vlastnosti rotoru. Naproti tomu pevné uložení rotorových listů by zase vedlo k výrazným vibracím. Proto bylo rozhodnuto použít dvoulistý polotuhý rotor (teetering rotor hub). Tento typ rotorové hlavy se vyznačuje společným čepem pro oba listy umožňující mávání listů.

Jak již bylo poznamenáno, výrazná kuželovitost rotoru by vedla ke snížení aerodynamických vlastností, nulová kuželovitost však zase vede ke zhoršení stability rotující nosné plochy. Proto navrhne polotuhou rotorovou hlavu s pevným úhlem kuželovitosti  $\beta_0 = 5^\circ$ . Přestože v návrhu počítáme s absolutně tuhými listy, a ve skutečnosti vzhledem k malému zatížení nebude ani docházet k výrazným průhybům nosných listů, je nutné brát v potaz změnu polohy těžiště při zfouknutí rotorového disku vzad. Jakákoliv změna těžiště pro rotující části vyvolává nežádoucí Coriolisovu sílu, která je pak hlavně zdrojem vibrací. Aby se tento efekt minimalizoval, používá se pro polotuhé rotory tzv. podvěšení listů. Princip podvěšení listů lze demonstrovat pomocí Obr. 17 a Obr. 18.



Obr. 17: Schématické zobrazení změny polohy těžiště listů s mávacím čepem umístěným v místě spojení.



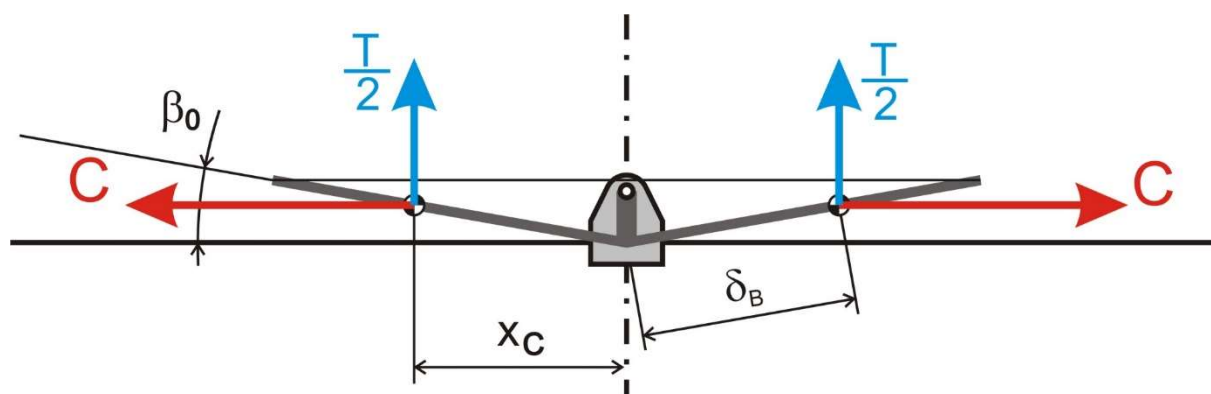
Obr. 18: Schématické zobrazení polohy těžiště podvěšených listů.

Na Obr. 17 je znázorněno, jak by se změnilo těžiště v případě, že by mávací čep byl v místě spojení listů. Na Obr. 18 je naopak znázorněno umístění mávacího čepu nad spojením listů. Z náhledu je patrné, že minimální změna těžiště je v případě umístění mávacího čepu do stejné výšky jako je těžiště listů. V našem případě lze vypočítat hodnotu podvěšení rotorových listů  $\delta_H$  jako:

$$\delta_H = \delta_B \sin \beta_0 . \quad (34)$$

Geometrické charakteristiky rotorové hlavy jsou již známy, a proto lze vypočítat zatížení jednotlivých listů.

Na Obr. 19 jsou zobrazeny silové účinky na list a geometrické charakteristiky rotorové hlavy.



Obr. 19: Schématické znázornění působících sil na rotující nosnou plochu.

Výpočet odstředivé síly provedeme podle rovnice:

$$C = m \cdot \Omega^2 \cdot x_C = m \Omega^2 \delta_B \cos \beta_0 . \quad (35)$$

Numericky pak dostaneme:

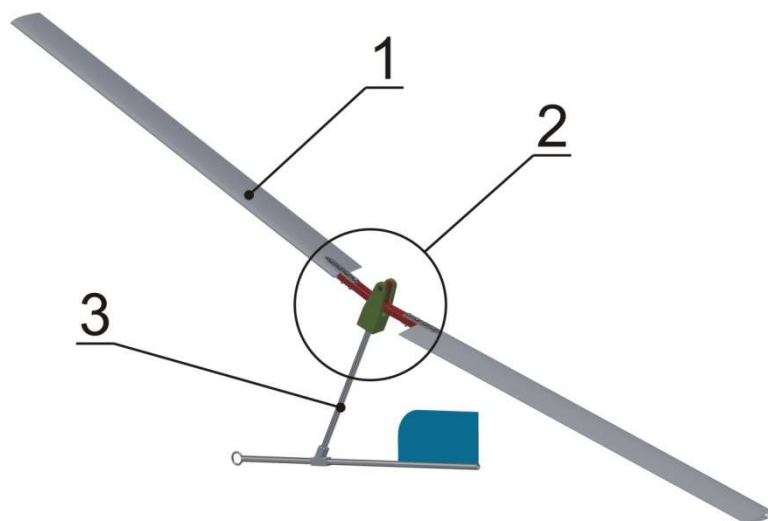
$$C = 0,5 \cdot 12,5^2 \cdot 0,6 \cos 10^\circ = 46,2 \text{ N} .$$

Výpočtem byla potvrzena domněnka, že odstředivá síla u řešeného vírniku nebude velická. V porovnání se vztlakovou silou zjistíme, že poměrově jsou tyto síly kolem 2:1. V případě, že by byl začleněný do návrhu mávací čep, docházelo by ke zvednutí listů na úhel

kuželovitosti  $30^\circ$ . Stejně tak malá hodnota momentu setrvačnosti listů bude mít výrazný vliv na stabilitu otáček rotoru. Bude tedy docházet k výrazným změnám otáček rotoru v závislosti na poryvech či změně obtékání rotoru. Zda to bude mít vliv také na polohovou nestabilitu určí až letová měření.

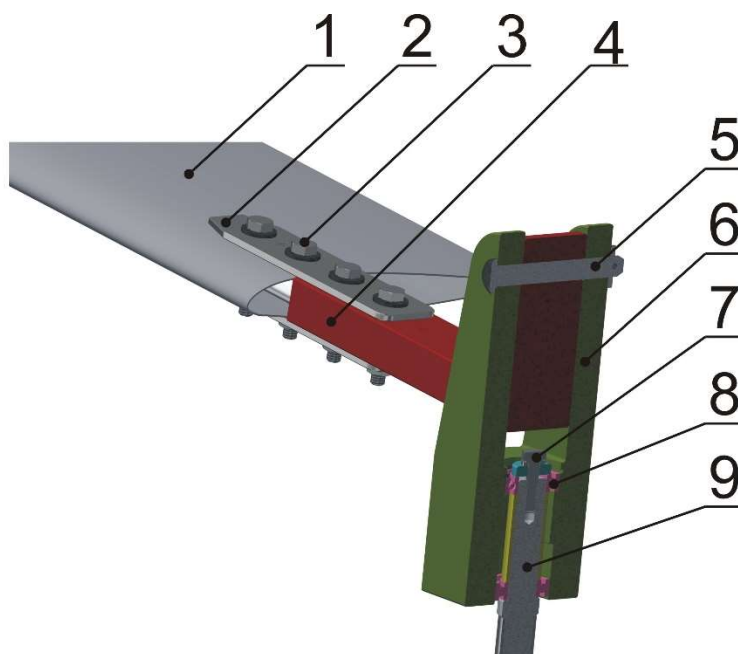
## 5 Konstrukce základních prvků rotorové hlavy

V předchozí kapitole byly určeny základní rozměry celé konstrukce, a i rozměry základních částí vírníku. Výsledná konstrukce je zobrazena na Obr. 20.



**Obr. 20: Základní části vírníku: 1) list rotoru, 2) rotorová hlava, 3) drak vírníku.**

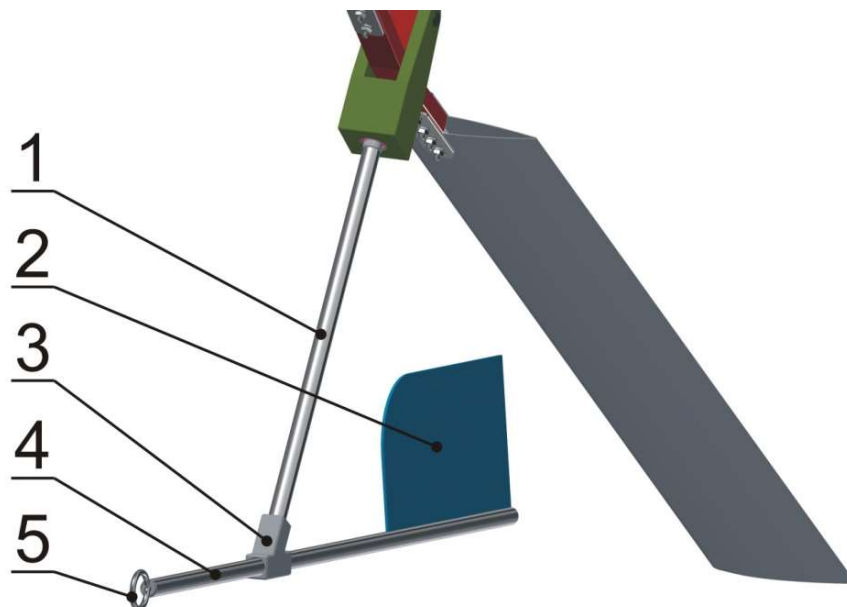
Samotná rotorová hlava je zobrazena na Obr. 21. Skládá se z rotujících částí a stacionárních částí. Důležitým prvkem je zde vahadlo (Obr. 21, poz. 4), které spojuje oba listy do jedné části a zavěšuje je do hlavního těla rotorové hlavy (Obr. 21, poz. 6).



**Obr. 21: Upevnění listů a řez rotorové hlavy. 1) list rotoru, 2) spojovací deska, 3) šroubový spoj, 4) vahadlo, 5) čep, 6) tělo rotorové hlavy, 7) upevňující šroub s pojistnou deskou, 8) kuličkové ložisko, 9) hřídel.**

Listy jsou vyrobeny z extrudovaného polypropylenu (EPP). Celou délkou listu prochází trubkový nosník z duralu. Spojení každého listu a vahadla je provedeno pomocí čtyř šroubů a dvou duralových desek (Obr. 21, poz. 2,3). Samotné vahadlo je obrobena na CNC stroji

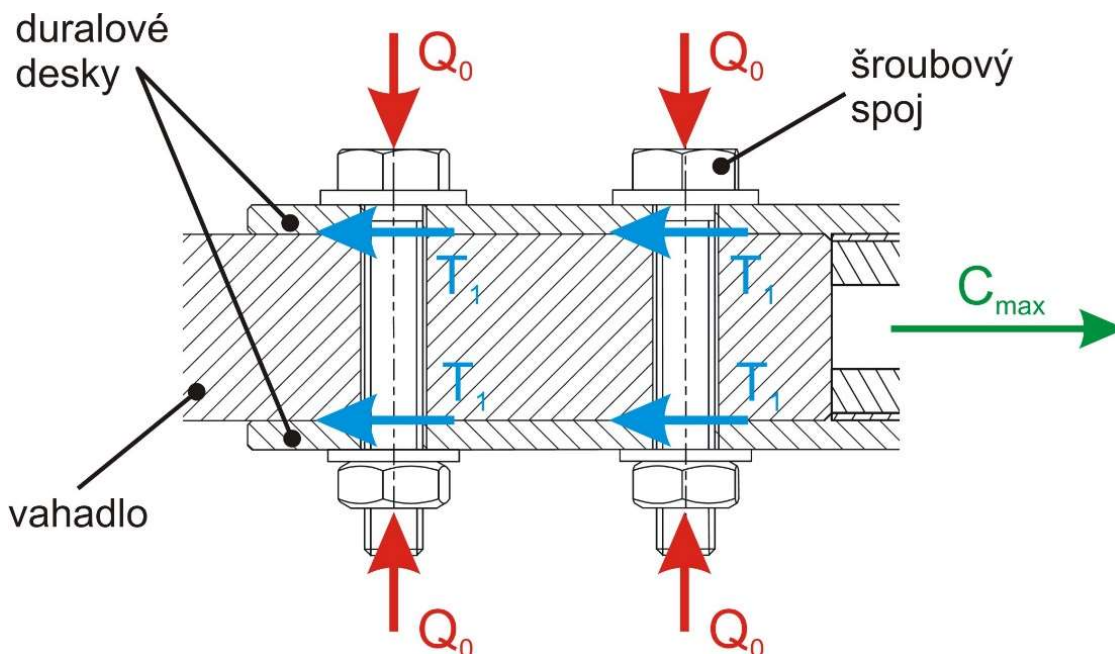
z duralu. Spojení vahadla s tělem rotorové hlavy je realizováno pomocí čepu (Obr. 21, poz. 5). Zajištění čepu je provedeno závlačkou s podložkou. Tělo rotorové hlavy a vahadlo jsou rotující části. Uvnitř těla rotorové hlavy jsou uložena ložiska (Obr. 21, poz. 8), která jsou nasazena na hřídel (Obr. 21, poz. 9). Tělo rotorové hlavy je stejně jako vahadlo obrobena na CNC stroji z duralu. Obě ložiska jsou typu SKF 61800 (10x19x5). Zajištění ložisek je provedeno pomocí vnitřního kroužku, distančního kroužku a pojistné desky upevněné šroubem v hřídeli (Obr. 21, poz. 7). Hřídel je nerotující část, která je vyrobena z oceli.



**Obr. 22: Drak vírníku. 1) Trubkový nosník, 2) směrová stabilizační plocha, 3) spojovací díl, 4) trubkový nosník, 5) závěsné oko.**

Na hřídel dále navazuje drak vírníku, který se skládá z trubkového nosníku ve směru prodloužené osy rotace (Obr. 22, poz. 1) a trubkového nosníku v horizontální rovině spojující bod uchycení lana a stabilizační plošky (Obr. 22, poz. 4). Spojení obou nosníků je provedeno pomocí spojovacího dílu (Obr. 22, poz. 3) vyrobeného na CNC stroji z duralu nebo na 3D tiskárně. Trubkové nosníky jsou ke spojovacímu dílu lepeny. Stabilizační plocha (Obr. 22, poz. 2) je vyrobena z pěnové PVC desky. Připojení vírníku k lanu je pomocí zašroubovaného závěsného oka (Obr. 22, poz. 5).

## 5.1 Pevnostní kontrola šroubového spoje



Obr. 23: Silové poměry na šroubovém spoji mezi listem a vahadlem.

Spojení mezi jedním listem a vahadlem je provedeno pomocí dvou duralových desek, které přenášejí na vahadlo síly vytvořené rotujícím listem. Desky jsou k vahadlu připojeny dvěma šroubovými spoji. Pro pevnostní kontrolu se budou uvažovat mezní provozní podmínky, tj. rychlost větru  $v_\infty = 10 \text{ m/s}$ , kdy odstředivá síla nabývá maximální stanovené hodnoty  $C_{max} = 186 \text{ N}$  a tahová síla od jednoho listu se rovná  $\frac{T}{2} = 96 \text{ N}$ .

Dále bude pro výpočet uvažováno, že šroubové spoje se skládají ze šroubu se šestihrannou hlavou M4 (třídy 8.8), šestihranné matice M4 a dvou plochých podložek ST4.

Vlastnosti navrhovaného šroubu, matice a podložek potřebné pro následný výpočet:

- jmenovitý průměr:  $d = 4 \text{ mm}$ ;
- rozteč:  $P = 0,7 \text{ mm}$ ;
- střední průměr závitu:  $d_2 = 3,545 \text{ mm}$ ;
- průměr jádra:  $d_3 = 3,141 \text{ mm}$ ;
- malý průměr závitu:  $d_1 = D_1 = 3,242 \text{ mm}$ ;
- výška matice:  $m = 3,2 \text{ mm}$ .



### A) VÝPOČET ŠROUBOVÉHO SPOJENÍ

Osově síly šroubového spoje  $Q_O$  (viz Obr. 23) stanovíme podle stanoveného utahovacího momentu  $M_U = 2,94 \text{ Nm}$ , který je zvolen pro šroub M4 pevnostní třídy 8.8 s koeficientem tření  $f = 0,15$  [8]. Výpočet vychází z rovnice pro utahovací moment:

$$M_U = M_K + M_{TH} = Q_O \frac{d_2}{2} \operatorname{tg}(\gamma + \varphi') + Q_O \cdot f_{TH} \cdot \rho_{TH}, \quad (36)$$

kde  $\gamma$  je úhel stoupání a nabývá hodnoty  $\gamma = \arctan \frac{P}{\pi \cdot d_2} = 3,6^\circ$ ;

$f_{TH} = 0,15$  je koeficient tření;

$\rho_{TH}$  je střední průměr matice a nabývá hodnoty  $\rho_{TH} = \frac{s+D}{4} = \frac{7+4,3}{4} = 2,825 \text{ mm}$ ;

$\beta_n$  je úhel boku profilu a nabývá hodnoty

$$\beta_n = \arctan(\tan 30^\circ \cdot \cos \gamma) = \arctan(\tan 30^\circ \cdot \cos 3,6^\circ) = 29,95^\circ;$$

$\varphi'$  je třecí úhel a nabývá hodnoty

$$\varphi' = \arctan\left(\frac{f}{\cos \beta_n}\right) = \arctan\left(\frac{0,15}{\cos 29,95^\circ}\right) = 9,82^\circ.$$

Z rovnice (36) se vyjádří osová síla:

$$Q_O = \frac{M_U}{\frac{d_2}{2} \operatorname{tg}(\gamma + \varphi') + f_{TH} \cdot \rho_{TH}} = \frac{2940}{\frac{3,545}{2} \tan(3,6 + 9,82) + 0,15 \cdot 2,825} = 2504 \text{ N}. \quad (37)$$

*Kontrola redukovaného napětí ve šroubu:*

Tahové napětí ve šroubu, které vyvolá síla  $Q_O$ :

$$\sigma_{Q_O} = \frac{Q_O}{S_3} = \frac{4(Q_O)}{\pi d_3^2} = \frac{4(2504)}{\pi \cdot 3,141^2} = 323 \text{ N/mm}^2. \quad (38)$$

Krouticí moment ve šroubu, který vyvolá síla  $Q_O$ :

$$M_{Q_O} = Q_O \frac{d_2}{2} \operatorname{tg}(\gamma + \varphi') = 2504 \frac{3,545}{2} \operatorname{tg}(3,6 + 9,82) = 1059 \text{ Nmm}. \quad (39)$$

Smykové napětí se potom vypočte jako:

$$\tau_{Q_O} = \frac{M_{Q_O}}{W_{Q_O}} = \frac{16 \cdot M_{Q_O}}{\pi d_3^3} = \frac{16(1059)}{\pi \cdot 3,141^3} = 174 \text{ N/mm}^2. \quad (40)$$

Redukované napětí ve šroubu bude dle rovnice:

$$\sigma_{\text{red}} = \sqrt{\sigma_{Q_O}^2 + 3 \cdot \tau_{Q_O}^2} = \sqrt{323^2 + 3 \cdot 174^2} = 442 \text{ N/mm}^2. \quad (41)$$

Součinitel bezpečnosti se dále vypočítá vztahem:

$$k_\sigma = \frac{\sigma_{kt}}{\sigma_{\text{red}}} = \frac{630}{442} = 1,43 \geq 1,2. \quad (42)$$

Výpočtem bylo potvrzeno, že šroubové spojení vyhovuje na kontrolu redukovaného napětí.

## B) VÝPOČET A KONTROLA SVĚRNÉHO SPOJENÍ

Podmínka pro svěrný spoj dle Obr. 23 se může definovat nerovnicí:

$$4 \cdot T_1 \geq k_s \cdot C_{max} . \quad (43)$$

Do rovnice (43) se pro třecí sílu dosadí vztah  $T_1 = Q_o \cdot f$  ,

Dalším dosazením do předchozích rovnic se získá vztah a následně i hodnota pro skutečný součinitel bezpečnosti  $k_s$ :

$$k_s \leq \frac{Q_o \cdot 4 \cdot f}{C_{max}} \quad (44)$$
$$k_s \leq \frac{2054 \cdot 4 \cdot 0,15}{186} = 6,6$$

*Výpočet tlaku v závitech (šroub – matice):*

Kromě výpočtu součinitele bezpečnosti je třeba provést kontrolu tlaku mezi závit šroubu a matice. Tlak v závitě vypočteme dle následující rovnice:

$$p_z = \frac{Q_o}{\pi \cdot d_2 \cdot H_1 \cdot z_T} = \frac{2054}{\pi \cdot 3,545 \cdot 0,379 \cdot 4,6} = 106 \text{ MPa} \leq p_{Dz} = 150 \text{ MPa} , \quad (45)$$

kde  $H_1$  je nosná hloubka závitu  $H_1 = 0,541 \cdot P = 0,541 \cdot 0,7 = 0,379 \text{ mm}$ ;

$z_T$  je počet závitů  $z_T = \frac{m}{P} = \frac{3,2}{0,7} = 4,6$

Výpočtem se prokázalo, že tlak v závitech je menší než dovolený tlak, a tím šroubové spojení opět vyhovuje.

*Kontrola tlaku v dosedací ploše hlavy šroubu:*

Pod hlavou šroubu je měrný tlak stanoven dle rovnice:

$$p_{hš} = \frac{Q_o}{\frac{\pi \cdot (D_H^2 - d_D^2)}{4}} = \frac{2054}{\frac{\pi \cdot (7,66^2 - 4,3^2)}{4}} = 65 \text{ MPa} \leq p_{Dš} = 600 \text{ MPa} , \quad (46)$$

kde  $D_H = 7,66 \text{ mm}$  je průměr opsané kružnice hlavy šroubu;

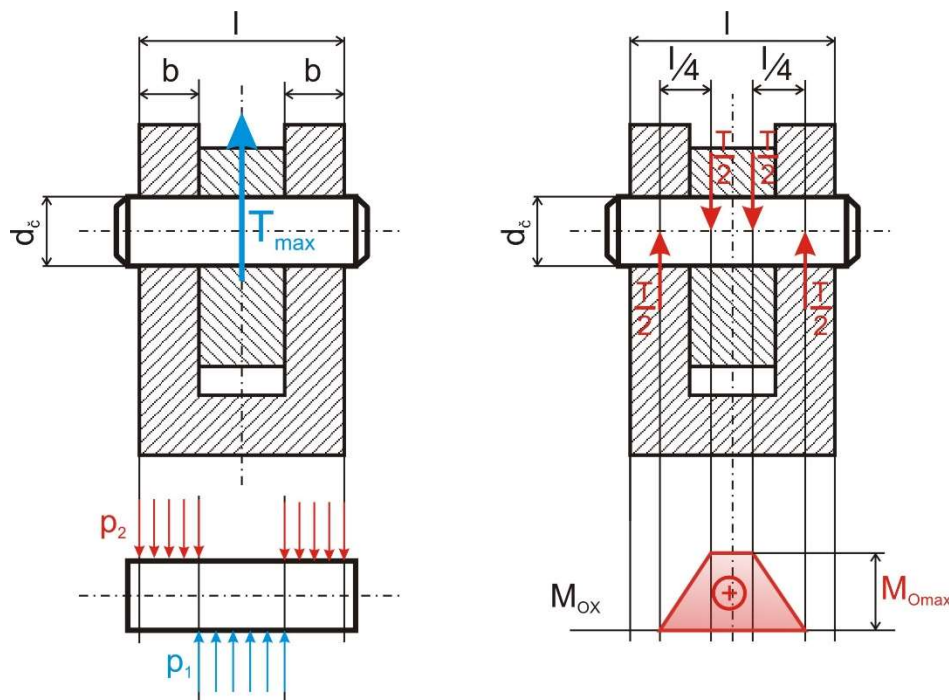
$d_D = 4,3 \text{ mm}$  je průměr díry.

Kontrolní výpočet vyhovuje, neboť vypočtený měrný tlak je menší než tlak dovolený (viz Příloha 3).

## 5.2 Čep

Spojení rotorové hlavy s vahadlem je realizováno čepem. Při pevnostní kontrole budou opět uvažovány mezní provozní parametry, tj. rychlost větru  $v_{\infty} = 10 \text{ m/s}$ , kdy celková aerodynamická síla dosahuje maximální hodnoty  $T = 192 \text{ N}$ . Specifikované zatížení působí na čep v radiálním směru a je předpokládáno, že je proměnlivé (střídavé) kvůli rotaci nosných ploch.

Vzhledem k malé hodnotě zatížení je navržen čep s průměrem  $d_{\zeta} = 6 \text{ mm}$ , což neodpovídá doporučeným hodnotám [6]. Materiálové vlastnosti čepu pro ocel 11 600 (dle ČSN) budou nabývat hodnot:  $\sigma_{Do} = 120 \text{ MPa}$ ,  $\tau_D = 80 \text{ MPa}$ . Na vahadlo a tělo rotorové hlavy bude použit materiál dural 42 4201 (dle ČSN) a dle tabulky (příloha 3) pro lehké slitiny se dovolený tlak pohybuje v rozmezí (150–300) MPa. Pro potřeby výpočtu je zvolena hodnota  $p_D = 150 \text{ MPa}$ .



Obr. 24: Schématické zobrazení zatížení čepu

Na Obr. 24 jsou schématicky zobrazeny síly a průběh ohybového momentu. Maximální ohybové napětí vznikne v průřezu, kde působí ohybový moment  $M_{Omax}$ . Dosazením do následující rovnice je možno získat kontrolu čepu na ohyb:

$$\sigma_{Omax} = \frac{M_{Omax}}{W_O} = \frac{\frac{T \cdot l}{2 \cdot 4}}{\frac{\pi \cdot d_{\zeta}^3}{32}}, \quad (46)$$

$$\sigma_{Omax} = \frac{\frac{192 \cdot 40}{2 \cdot 4}}{\frac{\pi \cdot 6^3}{32}} = 42,3 \text{ Nmm}^2 \leq \sigma_{Do} = 120 \text{ Nmm}^2,$$

kde  $l$  je funkční délka čepu.

Dále čep bude podroben kontrole na smyk podle rovnice:

$$\tau = \frac{T}{2 \cdot S_{\xi}} = \frac{T}{2 \cdot \frac{\pi \cdot d_{\xi}^2}{4}} = \frac{192}{\frac{\pi \cdot 6^2}{2}} = 3,4 \text{ MPa} \leq \tau_D = 80 \text{ MPa} , \quad (47)$$

kde  $S_{\xi}$  je průřez čepu.

Dále bude provedena kontrola tlaku v oblině čepu [6], kde působení tlaku je rozděleno dle Obr. 24 na hodnoty  $p_1$  a  $p_2$ :

$$p_1 = \frac{T}{(l-2b) \cdot d} = \frac{192}{(40-2 \cdot 9) \cdot 6} = 1,5 \text{ MPa} \leq p_D = 150 \text{ MPa} \quad (48)$$

$$p_2 = \frac{T}{2b \cdot d} = \frac{192}{2 \cdot 9 \cdot 6} = 1,8 \text{ MPa} \leq p_D = 150 \text{ MPa} \quad (49)$$

Navržené spojení pomocí čepu vyhovuje při kontrole na ohyb, ohybové napětí při maximálních nepříznivých podmínkách dosahuje 35% dovoleného ohybového napětí. Z výsledků dále vyplývá, že čep vyhovuje jak na smykové napětí, tak na otláčení s výrazným naddimenzováním.

### 5.3 Vahadlo

Na vahadlo rotorové hlavy je použit materiál dural 42 4201 (dle ČSN) s dovolenou mezí kluzu  $R_{p0,2} = 230 \text{ MPa}$ . Dle následujícího vztahu se dopočte potřebné dovolené tahové napětí:

$$\sigma_{Dt} = \frac{R_{p0,2}}{k} = \frac{230}{2} = 115 \text{ MPa} .$$

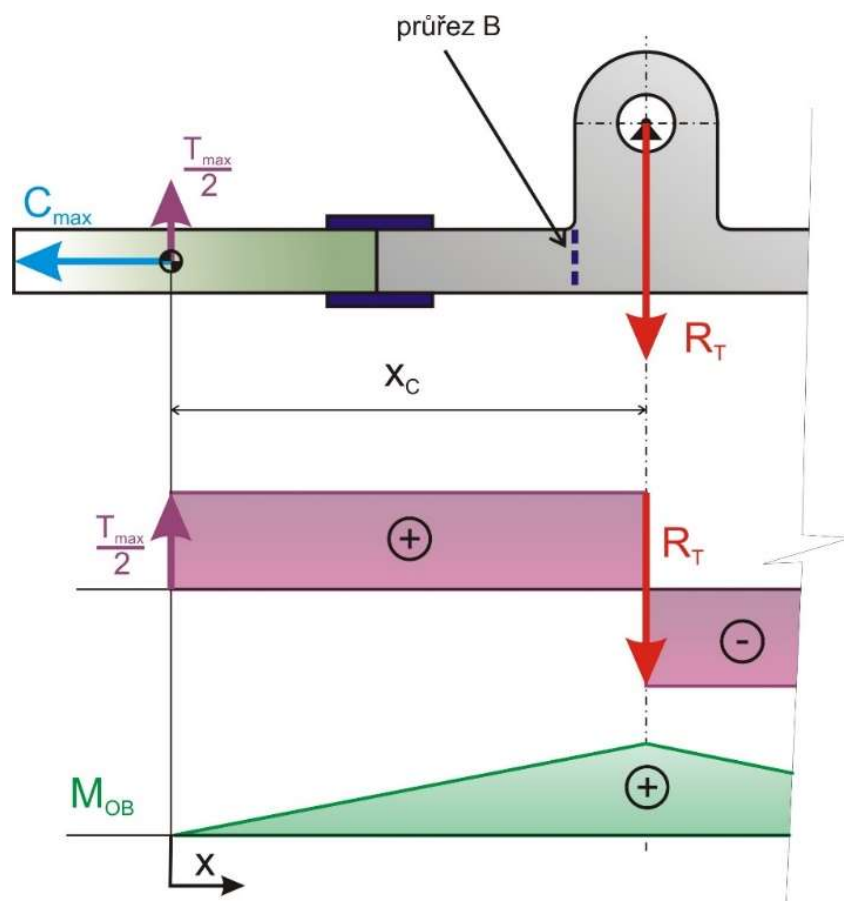
Z rotorových listů se na koncová ramena vahadla přenáší tahová síla  $C_{max}$  a posouvající síla o velikosti  $\frac{T_{max}}{2}$ .

Pevnostní výpočet je proveden podle schématického nákresu Obr. 25, kde pro zjednodušení se neuvažuje úhel vzepětí  $5^\circ$ , což nemá velký vliv na konečný výsledek.

Tahová síla  $C_{max}$  vyvolá největší tahové napětí v minimálním průřezu ramene  $S_{min}$ :

$$\sigma_t = \frac{C_{max}}{S_{min}} = \frac{96}{281,6} = 0,34 \text{ MPa} \leq \sigma_{Dt} = 115 \text{ MPa} , \quad (50)$$

kde  $S_{min} = h \cdot b = 12,8 \cdot 22 = 281,6 \text{ mm}^2$



Obr. 25: Schématické znázornění zatížení vahadla.

Na schématu jsou znázorněny průběhy zatížení, které lze vyjádřit matematicky. Pro  $x \in (0; 600)$  platí:

$$F(x) = \frac{T_{max}}{2} = 96 \text{ N} \quad (51)$$

$$M_O(x) = \frac{T_{max}}{2} \cdot x \quad (52)$$

Hodnota  $x = 585 \text{ mm}$  značí polohu, kde se nachází minimální průřez  $S_{min}$  s největším ohybovým momentem (průřez B na Obr. 25):

$$M_{Omax} = M_O(585) = \frac{192}{2} \cdot 585 = 56160 \text{ Nmm}$$

Pro označený průřez B zjistíme maximální napětí v ohybu dle následující rovnice:

$$\sigma_{Omax} = \frac{M_{Omax}}{W_O} = \frac{M_{Omax}}{\frac{h^2 b}{6}} = \frac{56160}{\frac{12,8^2 \cdot 22}{6}} = 93,5 \text{ MPa} \leq \sigma_{Do} = 115 \text{ MPa} \quad (53)$$

Porovnáním dovoleného napětí s maximálním vypočteným napětím se prokázalo, že navržená součást vyhovuje.

## 5.4 Ložiska

Na ložiska působí dynamické namáhání, které vyplývá ze silového zatížení a rychlosti otáčení. Ložiska jsou umístěna na hřídeli o průměru 10 mm a v těle rotorové hlavy. První ložisko je vzdálené od působíště zatížení 61 mm a je zatíženo axiální a radiální silou. Druhé ložisko, které je ve vzdálenosti 30 mm od prvního ložiska, je axiálně uvolněné, tzn. zatíženo pouze radiální silou. Trvanlivost ložiska pro stroje pro přerušovaný provoz se požaduje v rozmezí 3000 až 8000 hodin [9]. V následujícím výpočtu proto bude stanovena trvanlivost 5000 hodin jako dostačující.

Kontrola na dynamickou únosnost bude podrobeno ložisko, které je nejvíce namáháno, tj. na které působí axiální a radiální síla. Hodnoty zatížení jsou stanoveny pro nejméně příznivé podmínky, kdy:

- nedojde k vymávnutí listů, potom největší možná axiální síla se bude rovnat hodnotě:  
 $T_a = T_{max} = 192 \text{ N}$
- dojde k vymávnutí listů o maximální úhel  $10^\circ$ , potom největší možná radiální síla se bude rovnat hodnotě:  $T_r = T_{max} \cdot \sin 10^\circ = 33 \text{ N}$
- maximální frekvence otáčení ložiska:  $n = 240 \text{ ot./min}$

Vlastnosti navrhovaného kuličkového ložiska typu DIN SKF 61800 o rozměrech 10x19x5 potřebné pro následný výpočet:

- základní dynamická únosnost ložiska:  $C = 1380 \text{ N}$
- výpočtový součinitel:  $f_o = 9,4$
- exponent pro kuličková ložiska:  $p=3$
- součinitele  $e$ ,  $X$ ,  $Y$  závisejí na vztahu:

$$f_o \frac{T_a}{C_o} = 9,4 \cdot \frac{192}{585} = 3,085, \quad (54)$$

podle kterého se z tabulky v katalogu výrobce [9] zjistí následující hodnoty:

$$e = 0,38 ; X = 0,56 ; Y = 1,19$$

Výpočet ekvivalentního dynamického zatížení ložiska  $P$  se vypočítá dosazením hodnot do následující rovnice:

$$P = X \cdot T_r + Y \cdot T_a \quad \text{pro} \quad \frac{T_a}{T_r} > e \quad (55)$$
$$\frac{T_a}{T_r} = \frac{192}{33} = 5,8 > e = 0,38$$

$$P = 0,56 \cdot 33 + 1,19 \cdot 192 = 247 \text{ N}$$

Výpočet pro základní trvanlivost ložiska  $L_{10h}$  je definován rovnicí:

$$L_{10h} = \left(\frac{C}{P}\right)^p \cdot \frac{10^6}{60n} \quad (56)$$

$$L_{10h} = \left(\frac{1380}{247}\right)^3 \cdot \frac{10^6}{60 \cdot 240} = 12\,111\,h$$

Trvanlivost ložiska za výše specifikovaných provozních podmínek vyšla jako vyhovující v porovnání s požadovanou trvanlivostí 5000 hodin.

## 6 Závěr

Navrhnout létající stroj je jednou z nejvíce obtížných konstruktérských prací. Oproti pozemním konstrukcím je zde kladen veliký důraz na lehkost všech částí, a tím potřeba vše důkladně optimalizovat z hlediska poměru pevnost-váha. Dále je zde velmi obtížné určit zatížení konstrukce aerodynamickými silami. Tato bakalářská práce si dala za cíl vytvořit návrh rotorové hlavy vírníku, což právě představuje létající stroj, a navíc s rotující nosnou plochou, která patří mezi konstrukčně nejnáročnější. Rozsah bakalářské práce však nemůže obsáhnout přesný aerodynamický výpočet ani celkové konstrukční řešení vírníku. Proto výsledkem práce je upoutaný model vírníku s průměrem rotoru 2 m. Popsané aerodynamické výpočty se opírají o proudovou i profilovou metodu a jsou z hlediska použití upoutaného vírníku zjednodušeny, tak aby dávali jak dostatečně hodnotné údaje tak, aby bylo možno jednoduše přepočítat rovnice na nové vstupní údaje. Výsledný model vírníku se nakonec jak svou stavbou, tak i získanými hodnotami shoduje s historickými i současnými funkčními vírníky. Cílem práce nebylo jen znovu spočítat již známé konstrukční uspořádání rotorové hlavy vírníku, ale spíše podívat se na konstrukci s možnostmi 21. století. Tím máme na mysli využití 3D modelování, výrobní postupy pomocí CNC strojů a nebo v posledních letech velmi oblíbené 3D tištění konstrukčních částí. Nad rámec bakalářské práce se očekává výroba navrženého modelu, a tím ověření správnosti výpočetní metody a návrh celé konstrukce.

Bakalářská práce tedy splnila všechny body zadání, tj. popsala stručně historii vírníku, provedla aerodynamickou analýzu vírníku, navrhla konstrukční řešení a provedla pevnostní kontrolu navržených dílů. Nedílnou součástí bakalářské práce je návrhový výkres celého modelu a 3D model v programu Autodesk Inventor.

Samotná práce však kromě vytvoření konstrukce modelu rotorové hlavy a draku vírníku dále otevírá možnost rozšíření zhotovené konstrukce v dalších bakalářských či diplomových pracích. Z historického vývoje popsaného v bakalářské práci je nasnadě opatřit rotorovou hlavu kloubem umožňujícím naklopení disku nosného rotou v podélném i příčném směru, a tím vytvořit říditelný upoutaný vírník. Další možnou variantou by bylo zanesení křídélkového čepu na listy rotoru a získat tak možnost určování velikosti tažné síly. V neposlední řadě vložení generátoru elektrické energie na rotující část by přineslo navrženému modelu nový rozměr a spolu s následnými letovými měřeními by také vyjasnilo, zda získávání energie pomocí tohoto zdroje má pro budoucí použití smysl.

Přestože vrtulníky tvoří v dnešní době převážnou část z flotily rotujících strojů, nelze na vírníky plně zapomenout. Změny ve směru konstrukčních linií se v posledních letech čím dál tím víc mění a nelze je dobře předvídat. Příkladem je současný rozvoj dronů a bezpilotních prostředků. Možná se v budoucnu znovu otevře kapitola vírníků a jakákoliv inovátorská myšlenka může zažehnout nový směr létajících prostředků.



## 7 Literatura

- [1] Leishman, J. G.: Principles of Helicopter Aerodynamics, Cambridge: Cambridge university press, 2000
- [2] Seddon, J.: Basic helicopter aerodynamics. Oxford: BSP Professional books, 1990
- [3] Leishman, J. G.: Development of the Autogyro: A technical Perspective, Maryland, 2003
- [4] De la Cierva, J. a Rose, D.: Wings of Tomorrow: The story of the Autogyro, Brewer, Warren & Putnam, New York, 1931
- [5] Švec, V.: Části a mechanismy strojů. Spoje a části spojovací. Praha: Vydavatelství ČVUT, 2008
- [6] Bolek, A.; Kochman, J. a kol.: Technický průvodce 6. Části strojů, 1. svazek. Praha: SNTL, 1990
- [7] Drastík, F. a kol.: Strojnické tabulky pro konstrukci i dílnu. Ostrava: Montanex a.s. 1999
- [8] FABORY. Technická příručka Fabory CZ Holding s.r.o. [online]. [cit. 2017-08-26]. Dostupné z: [http://fasteners.fabory.com/Images/Czech%20Republic/PDF%C2%B4s/technical\\_section\\_cz\\_final.pdf](http://fasteners.fabory.com/Images/Czech%20Republic/PDF%C2%B4s/technical_section_cz_final.pdf)
- [9] SKF Group: Rolling Bearings Catalogue. 2016 [online] [cit. 2017-09-02]. Dostupné na: [www.skf.com/binary/77-121486/SKF-rolling-bearings-catalogue.pdf](http://www.skf.com/binary/77-121486/SKF-rolling-bearings-catalogue.pdf)
- [10] Tervamaki, J.: JT-1 Gyroglider, project 1958.[online]. [cit. 2017-07-14]. Dostupné na: [www.tervis.fidisk.fi/JTsite/jt1gyroglid.html](http://www.tervis.fidisk.fi/JTsite/jt1gyroglid.html).
- [11] [www.vrtulniky.cz](http://www.vrtulniky.cz) [online]